PRACE
INSTYTUTU AERODYNAMICZNEGO
W WARSZAWIE

Prowadzone pod kierunkiem prof. C. Witoszyńskiego.

Zeszyt III.

TRAVAUX
DE L'INSTITUT AÉRODYNAMIQUE
DE VARSOVIE

Exécutés sous la direction du prof. C. Witoszyński.

Fascicule III.

WARSZAWA — 1930.

PRACE
INSTYTUTU AERODYNAMICZNEGO
W WARSZAWIE

Prowadzone pod kierunkiem prof. C. Witoszyńskiego.

Zeszyt III.

TRAVAUX
DE L'INSTITUT AÉRODYNAMIQUE
DE VARSOVIE

Exécutés sous la direction du prof. C. Witoszyński.

Fascicule III.



WARSZAWA — 1930.

TREŚĆ:

SOMMAIRE:



ERRATA:

Page 13, ligne 2 en remontant, *au lieu de* a *lire* la.

„ 16, formule (4) *au lieu de* $\frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{y}{a}\sin n\,(\vartheta-\Theta)d\Theta$ *lire* $\frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{y}{a}\sin n\,(\vartheta-\Theta)\,d\Theta$.

„ 47, ligne (3) en remontant, *au lieu de* — 0,02932 *lire* — 0,02939.

„ 48, pour $\beta=90^0$, $\left.\begin{matrix}\vartheta=-35^0\\ \vartheta=125^0\end{matrix}\right\}$ „ „ „ — 0,13177 „ — 0,12713.

„ 48, „ $\beta=90^0$, $\left.\begin{matrix}\vartheta=-5^0\\ \vartheta=95^0\end{matrix}\right\}$ „ „ „ — 0,18336 „ — 0,18323.

„ 48, „ $\beta=100^0$, $\vartheta=-115^0$ „ „ „ — 0,03667 „ — 0,02376.

„ 77, ligne 7, *au lieu de* eu *lire* en.

Druk. Koop. Prac. Druk., Warszawa, Zielna 47. Tel 19-57

STEFAN NEUMARK, ingénieur.

LES PROFILS D'AVIATION À CENTRE DE POUSSÈE FIXE.

INTRODUCTION.

Le problème qui constitue l'objet du présent travail n'a été mentionné jusqu'aujourd'hui dans la littérature technique que très rarement et insuffisamment. Dans la première période du développement de l'aérodynamique, les bases théoriques pour l'étude systématique des problèmes de ce genre manquaient presque totalement. On insistait surtout, en ce temps là, sur les travaux expérimentaux qui furent entrepris par les premiers laboratoires aérodynamiques d'Eiffel, de Prandtl et de Riabouchinsky. Or, les plus simples essais ont prouvé ce fait important: lorsqu'une aile sustentatrice se déplace uniformément dans l'air immobile (ou bien, lorsque l'aile immobile est immergée dans un courant d'air uniforme), alors la résultante des pressions, qui s'exercent sur sa surface, change de valeur et de direction suivant les variations de l'angle d'incidence, *sans que cette direction passe, en général, par un point constant.* La marche typique de ce phénomène, caractéristique pour les profils sustentateurs ordinaires, est représentée sur la fig. 1. A mesure que la direction du courant varie, en prenant successivement les posi-

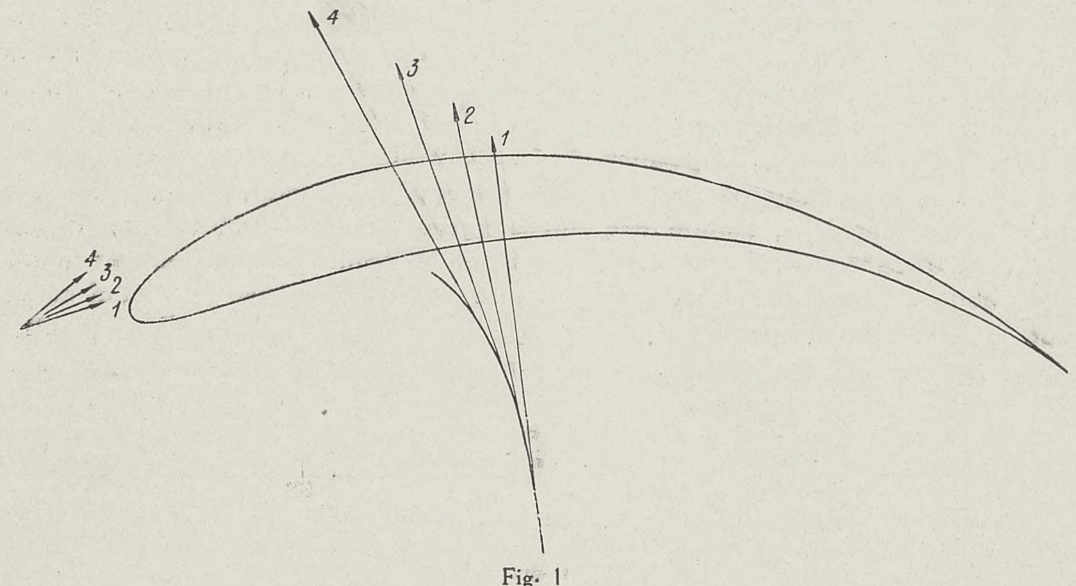


Fig. 1

tions marquées par les flèches 1, 2, 3, 4,...., la force résultante augmente (jusqu'à une certaine limite), et sa direction tourne en même sens que la vitesse du courant, en se déplaçant en même temps vers l'extrémité antérieure du profil. Ainsi, cette direction variable ne passe pas, en général, par un point constant. Comme ses variations s'effectuent d'une manière continue, elle doit envelopper une certaine courbe que l'on appelle „courbe

métacentrique". L'étude de cette courbe par les moyens expérimentaux présentait des grandes difficultés; on se bornait donc, dans le commencement, à introduire la notion du „centre de poussée" et à représenter sur le diagramme les déplacements de ce centre en fonction de l'angle d'incidence.

Or, il résulte immédiatement de ce que nous avons dit plus haut que, dans le cas général, il n'existe point un vrai „centre de poussée", au moins dans le sens dans lequel on définit, par exemple, le centre de gravité. Il n'est possible que d'introduire artificiellement cette notion, en définissant p. ex. le centre de poussée comme le point d'intersection de la résultante avec une droite invariablement liée au profil et choisie ad hoc. Il est d'usage dans la pratique des essais aérodynamiques de choisir pour ce but — au moins pour les profiles concaves au dessous — la „corde du profil", c. à. d. la droite menée par la pointe d'arrière et tangente au profil du côté inférieur. Il est évident que ce choix est tout-à-fait arbitraire; du reste, on rencontre presque partout jusqu'aujourd'hui le même inconvénient dans la définition d'une autre notion essentielle de l'aérodynamique, c. à. d. de l'angle d'incidence. La plupart des laboratoires et aussi la plupart des auteurs le définissent comme l'angle entre la direction du courant et cette même „corde du profil". Tout en appréciant les avantages provenant du choix d'une telle droite dont la position se determine sur la maquette d'une manière relativement simple, on ne peut pas justifier ces définitions déjà à cause de leur défaut dans le cas des profils biconvexes qui n'admettent pas la notion de corde. On est donc contraint de choisir pour ces profils une autre direction arbitraire comme fondamentale ce qui enlève toute uniformité à l'étude comparative des profils différents. D'autre part, même pour les profils concaves, la direction de la corde ne se distingue par aucunes propriétés aérodynamiques particulières; par suite, si l'on attribue un rôle spécial à cette direction, ce n'est que le reste d'une tradition rejetable.

Les études sérieuses des problèmes concernant la grandeur et la direction de la force résultante agissant sur l'aile sustentatrice datent du moment où fut publiée la théorie de circulation de Kutta-Joukowski [1]) basée sur la conception de l'aile à l'envergure infinie et de l'écoulement plan correspondant. Il résultait de cette théorie que la force aérodynamique est perpendiculaire à la direction du courant (elle se réduit donc à la force portante seule — sans aucune résistance à l'avancement). Joukowsky donna l'expression de cette force (voir la form. VI) ne présentant qu'une concordance grossière avec les données d'expérience; celles-ci indiquent — pour les maquettes d'une longueur finie — les valeurs nettement inférieures, la différence s'elevant jusqu'à 30—50%. Les travaux mentionnés ne s'occupaient pas d'ailleurs de la position de la résultante.

La théorie de circulation fut ensuite développée et complétée dans les deux sens. D'abord, elle fut adaptée à l'étude des forces agissant sur les ailes de l'envergure finie par les travaux de *MM. Prandtl* [2]), *Betz* [3]) etc. qui ont introduit la notion des „tourbillons attachés". Ils obtinrent une concordance satisfaisante avec l'expérience en ce qui concerne la grandeur de la force portante; en même temps, ils expliquèrent partiellement les causes de la résistance, en la décomposant en deux parties: „résistance induite" qui dépend de

---

[1]) *W. M. Kutta.* Über eine mit den Grundlagen des Flugproblems in Beziehung stehende zweidimensionale Strömung. Sitzungsberichte der Königlich Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Mathematisch-physikalische Klasse, Jahrgang 1910, 2. Abhandlung.

N. Joukowski. Über die Konturen der Tragflächen der Drachenflieger. Zeitschrift f. Flugtechnik u. Motorluftschiffahrt, 1910, p. 281—284 et 1912, p. 81—86.

[2]) *L. Prandtl.* Tragflügeltheorie, I. u. 2. Mitteilung. Nachrichten von der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften. Math.-phys. Klasse 1918, p. 151 et 1919, p. 107.

L. Prandtl. Tragflächen-Auftrieb und-Widerstand in der Theorie. Jahrb. der Wissenschaftlichen Gesellschaft f. Luftfahrt, 1920, p. 37.

[3]) *A. Betz.* Einführung in die Theorie der Flugzeug-Tragflügel. Die Naturwissenschaften 1918, p. 557

A. Betz. Beiträge zur Tragflügeltheorie mit besonderer Berücksichtigung des einfachen rechteckigen Flügels (Dissertation, Göttingen 1919).

l'allongement de l'aile et „résistance du profil" ne dépendant que de la forme de sa section. La méthode s'est montrée utile de sorte qu'elle put être appliquée par les constructeurs dans les travaux pratiques. Nous n'allons pas nous occuper de ce groupe de problèmes dans la suite.

D'autre part, on s'efforçait à déduire de la théorie de circulation les conséquences ultérieures se rapportant à la position de la résultante. Ceci devint possible grâce à la méthode simplifiée de calcul basée sur l'application des fonctions des variables complexes et de la représentation conforme. Cette méthode est due à *M. Blasius*[4]) qui a déduit les formules connues servant comme base pour les recherces suivantes (voir dans la suites les formules IV et IV'). Elle fut élaborée ensuite par *M. Grammel*[5]) et notamment par *M. v. Mises*[6]) qui tira les conséquences définitives des travaux de ses prédécesseurs; il réduit l'étude des profils à la discussion de six „invariants", démontra que la courbe métacentrique est dans le cas général une parabole et fixa enfin la condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe un centre de poussée constant. Les résultats de M. v. Mises ainsi que certains suppléments d'une moindre importance introduits ensuite par *M. Müller*[7]) nous serviront comme le point de départ.

C'est *M. v. Mises* qui a montré pour la première fois l'importance de certaines directions caractéristiques pour chaque profil. Il s'agit d'abord de l'axe dit „l'axe I" qui est déterminé par la propriété principale suivante: si la direction du courant relatif est parallèle à cet axe, la force portante est nulle. Il semble donc naturel d'admettre cette direction comme fondamentale pour mesurer les angles d'incidence ainsi que l'utiliser comme axe des x pour la représentation analitique du profil — afin de simplifier les formules. M. v. Mises lui-même ne fit pourtant pas cet usage de ses theorèmes, et ses continuateurs, comme *MM. Müller, Roy*[8]), *Toussaint* et *Carafoli*[9]) etc. ne suivirent non plus cette idée. Il est bizarre que M. Müller propose dans sa note (cf. notre renvoi 7b) d'attribuer le rôle de „l'axe longitudinal naturel et en même temps l'axe zéro naturel pour mesurer les angles d'incidence" à une droite tout-à-fait différente, c. à. d. à l'axe dit „l'axe II" de Mises; ceci est absolument faux, comme nous le montrerons tout à l'heure. Le rôle de l'axe I ou, autrement dit, „l'axe zéro" a été dûment accentué par *M. Witoszyński*[10]) qui a introduit les formes normales des fonctions de représentation pour les profils rapportés à l'axe zéro comme axe des x. Nous suivrons cette méthode dans ce travail. Par suite, nous tenons comme indispensable de résumer ici les plus importants résultats de M. v. Mises et de M. Müller sous la forme adaptée à notre système de notations, afin d'épargner au lecteur l'effort de saisir les liaisons entre les formules correspondantes.

---

[4]) *H. Blasius* Funktionentheoretische Methoden in der Hydrodynamik. Zeitschr. f. Math. u. Physik, 1910, p. 90.

H. Blasius. Stromfunktionen symmetrischer und unsymmetrischer Flügel in zweidimensionaler Strömung. Zeitschr. f. Math. u. Physik. 1911. p. 225.

[5]) *R. Grammel.* Über ebene Zirkulationströmungen und die von ihnen erzeugten Kräfte. Jahresber. d. deutschen Math.-Vereinigung, 1916, p. 16.

R. Grammel. Die hydrodynamischen Grundlagen des Fluges. Braunscweig (Vieweg) 1917.

[6]) *R. v. Mises.* Zur Theorie des Tragflächenauftriebes. Zeitschr. f. Flugtechnik u. Motorluftschiffahrt. 1917, p. 157 et 1920, p. 68 et 87.

[7]) a) *W. Müller.* Über ebene Profilströmung mit Zirkulation. Zeitschr. f. angewandte Mathem. u. Mechanik, 1923, p. 117.

b) *W. Müller.* Zur Theorie der Misesschen Profilachsen. Ibidem, 1924, p. 186.

c) *W. Müller.* Zur Konstruktion von Tragflächenprofilen. Ibidem, 1924, p. 213.

d) *W. Müller.* Über die Form-und Auftriebsinvarianten für eine besondere Klasse von Flügelprofilen Ibidem, 1924, p. 389.

e) *W. Müller.* Die Ermittlung von Auftriebsinvarianten vorgegebener Profile. Ibidem, 1925, p. 397.

[8]) *M. Roy.* Sur l'aérodynamique des ailes sustentatrices et des hélices. Paris (Gauthier-Villars) 1928.

[9]) *E. Carafoli.* Aérodynamique des ailes d'avion. Paris (E. Chiron) 1928

A. Toussaint et E. Carafoli. Théorie et tracés des profils d'ailes sustentatrices. Paris (E. Chiron) 1928.

[10]) *C. Witoszyński.* La mécanique des profils d'aviation. Paris (E Chiron) 1924.

La fig. 2 représente deux systèmes de coordonnées rectangulaires confondus dont le premier se rapporte au plan du cercle primitif K du rayon a (coordonnée complexe

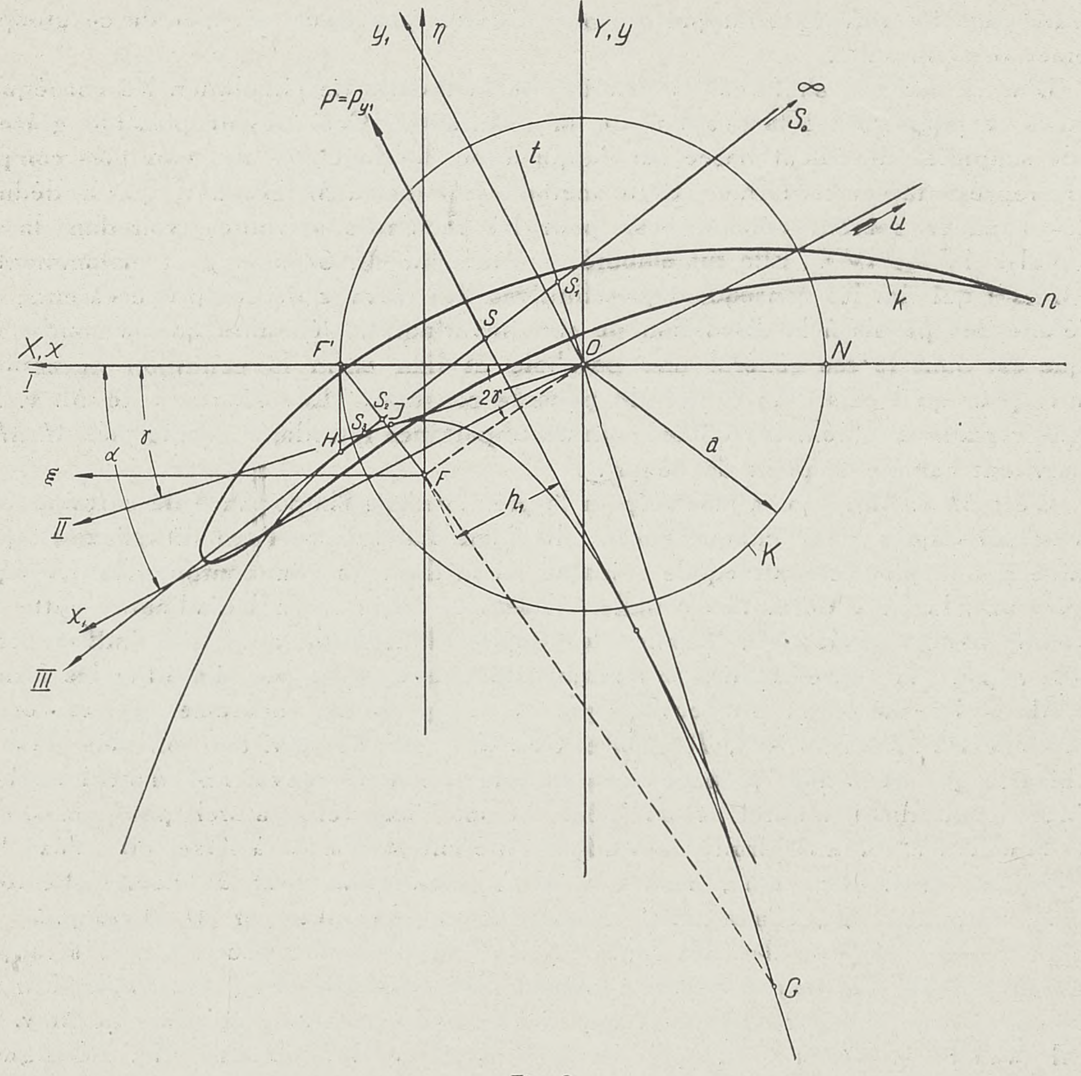


Fig. 2.

$Z = X + iY$) et l'autre — au plan du contour transformé k (coordonnée complexe $z = x + iy$). La fonction analytique transformant le cercle en contour k (profil) peut être ramenée à la forme:

$$z = Z + (A_0 + iB_0)\,a + \frac{a^2}{Z} + (A_1 + iB_1)\frac{a^2}{Z} + (A_2 + iB_2)\frac{a^3}{Z^2} + (A_3 + iB_3)\frac{a^4}{Z^4} + \ldots =$$

$$= Z + (A_0 + iB_0)\,a + \frac{a^2}{Z} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n + iB_n)\frac{a^{n+1}}{Z^n}, \qquad \text{(I)}$$

et sa dérivée première — à la forme:

$$\frac{dz}{dZ} = 1 - \frac{a^2}{Z^2} - (A_1 + iB_1)\frac{a^2}{Z^2} - 2\,(A_2 + iB_2)\frac{a^3}{Z^3} - 3\,(A_3 + iB_3)\frac{a^4}{Z^4} - \ldots =$$

$$= 1 - \frac{a^2}{Z^2} - \sum_{n=1}^{\infty} n\,(A_n + iB_n)\frac{a^{n+1}}{Z^{n+1}}. \qquad \text{(I')}$$

L'expression (I) ne diffère des formes employées par les auteurs nommés plus haut que par les détails suivants: 1) la formule est homogène, grâce à l'introduction du paramètre linéaire constant a (rayon du cercle); 2) on a retenu le terme constant $(A_0 + iB_0)a$ dont l'utilité se manifestera bientôt (du reste, la fig. 2 représente un profil typique de Joukowsky dans une position telle que $A_0 = B_0 = 0$); 3) on a mis séparément le terme $\frac{a^2}{Z}$ avec le coefficient 1; par conséquent, l'ensemble de termes sous le signe de Σ caractérise les écarts des points du profil par rapport au profil rectiligne (c. à. d. au segment de longueur $4a$ parallèle à l'axe des x). Ensuite, nous supposerons que le centre du cercle primitif se trouve à l'origine des coordonnées 0; l'équation du cercle obtient donc sa forme la plus simple $Z = ae^{i\vartheta}$, la variable ϑ désignant l'angle polaire mesuré par rapport au demi-axe positif X dans le sens de rotation de l'aiguille d'une montre. Nous admettrons enfin que la pointe n du profil correspond à ce point N du cercle qui est situé sur le demi-axe négatif X ($Z = -a$, $\vartheta = \pm\pi$); ainsi, le profil se trouve dans sa position zéro par rapport à l'axe x. Les angles d'incidence seront mesurés à partir de cet axe.

Nous allons considérer l'écoulement du fluide dans le plan z, en admettant que la vitesse à l'infini u fait l'angle $(\pi - \alpha)$ avec le demi-axe x positif; nous introduirons les axes auxiliaires x_1, y_1 dont le premier sera parallèle à la vitesse u. L'écoulement dans le plan z correspond à un écoulement dans le plan Z qui peut être représenté, selon Joukowsky, par le potentiel complexe suivant:

$$f(Z) = -u\left(e^{i\alpha} Z + \frac{a^2 e^{-i\alpha}}{Z}\right) - \frac{Ci}{2\pi} \ln \frac{Z}{a}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(II)}$$

la vitesse complexe s'exprime:

$$f'(Z) = -u\left(e^{i\alpha} - \frac{a^2 e^{-i\alpha}}{Z^2}\right) - \frac{Ci}{2\pi Z}. \quad \ldots\ldots\ldots, \quad \text{(II')}$$

La valeur de la circulation C doit remplir la condition que la vitesse à la pointe n du profil soit finie, c. à. d. que la vitesse au point N soit nulle; donc

$$C = 4\pi a u \sin\alpha. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(III)}$$

La force résultante $P_x - iP_y$ s'exerçant sur le profil (dans une couche d'épaisseur égale à l'unité de longueur) ainsi que le moment M de cette résultante par rapport à l'origine des coordonnées s'expriment par les formules de Blasius que l'on peut écrire sous la forme:

$$P_x - iP_y = \frac{\sigma i}{2} \oint \left[f'(Z)\right]^2 \frac{dZ}{dz}\, dZ\,, \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(IV)}$$

$$M + iN = -\frac{\sigma}{2} \oint \left[f'(Z)\right]^2 \frac{dZ}{dz}\, z\, dZ\,; \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(IV')}$$

dans ces formules, σ désigne la densité de l'air; l'intégration s'effectue le long du cercle primitif. L'expresion $\frac{dZ}{dz}$ est le réciproque de la dérivée $\frac{dz}{dZ}$ (form. I') et peut s'écrire sous la forme suivante:

$$\frac{dZ}{dz} = 1 + \frac{a^2}{Z^2} + (A_1 + iB_1)\frac{a_2}{Z^2} + 2(A_2 + iB_2)\frac{a^3}{Z^3} + \left[(1 + A_1 + iB_1)^2 + 3(A_3 + iB_3)\right]\frac{a^4}{Z^4} + \ldots \text{(V)}$$

En introiduisant (II′) et (V) dans la formule (IV) et en intégrant, on obtient:

$$P_x - iP_y = - i e^{i\alpha} \sigma u C, \qquad \text{d'où} \qquad P_x = \sigma u C \sin\alpha, \quad P_y = \sigma u C \cos\alpha,$$

ou bien:

$$P_{x1} = P_x \cos\alpha - P_y \sin\alpha = 0; \qquad P_{y1} = P_x \sin\alpha + P_y \cos\alpha = \sigma u C.$$

Ainsi, la foice P est parallèle à l'axe y_1 (et perpendiculaire à la direction du courant), elle se réduit donc à une force portante seule. Sa grandeur s'exprime — si l'on tient comple de (III):

$$P = \sigma u C = 4 \pi \sigma a u^2 \sin\alpha. \qquad \text{(VI)}$$

Nous déterminons ensuite le moment M, en introduisant (I), (II′) et (V) dans la formule (IV′) et en effectuant l'intégration:

$$M + iN = -\frac{\sigma}{2} \oint \left[- u \left(e^{i\alpha} - \frac{a^2 e^{-i\alpha}}{Z^2} \right) - \frac{Ci}{2\pi Z} \right]^2 \left[1 + (1 + A_1 + iB_1) \frac{a^2}{Z^2} + \dots \right] \times$$

$$\times \left[Z + (A_0 + iB_0) a + (1 + A_1 + iB_1) \frac{a^2}{Z} + \dots \right] dZ =$$

$$= -\frac{\sigma}{2} \oint \left[u^2 e^{2i\alpha} + \frac{iCue^{i\alpha}}{\pi Z} - \frac{2u^2a^2}{Z^2} - \frac{C^2}{4\pi^2 Z^2} - \frac{Ciua^2 e^{-i\alpha}}{\pi Z^3} + \frac{u^2 a^4 e^{-2i\alpha}}{Z^4} \right] \times$$

$$\times \left[Z + (A_0 + iB_0) a + 2(1 + A_1 + iB_1) \frac{a^2}{Z} + \dots \right] dZ.$$

Il ne faut retenir, sous le signe d'intégrale, que les termes contenant Z^{-1}; nous obtenons:

$$M + iN = -\frac{\sigma}{2} \oint \left[2(1 + A_1 + iB_1) u^2 a^2 e^{2i\alpha} + \frac{iCuae^{i\alpha}}{\pi} (A_0 + iB_0) - 2u^2a^2 - \frac{C^2}{4\pi^2} \right] \frac{dZ}{Z} =$$

$$= -\frac{\sigma}{2} \cdot 2\pi i \left[2(1 + A_1 + iB_1) u^2 a^2 e^{2i\alpha} + 4 i e^{i\alpha} (A_0 + iB_0) \sin\alpha \,.\, u^2 a^2 - 2u^2a^2 - 4u^2a^2 \sin^2\alpha \right],$$

d'où, en séparant la partie réelle:

$$M = 2\pi\sigma a^2 u^2 \left[(1 + A_1) \sin 2\alpha + B_1 \cos 2\alpha \right] + 4\pi\sigma a u^2 \sin\alpha \,.\, a\, (A_0 \cos\alpha - B_0 \sin\alpha). \qquad \text{(VII)}$$

Si l'on rappelle la formule (VI), on constate que le deuxième terme de (VII) exprime le produit de la force P par le segment $(A_0 a \cos\alpha - B_0 b \sin\alpha)$. Ce fait a une signification simple: lorsqu'on ajoute dans l'expression de la fonction de représentation la constante $(A_0 + iB_0)a$, ce qui correspond à une translation du profil, le moment M augmente de produit de la résultante P par la composante de la translation perpendiculaire à la direction de P. Sans restreindre la généralité, nous pouvons supposer $A_0 + iB_0 = 0$, alors la formule (VII) se réduira à

$$M_0 = 2\pi\sigma u^2 a^2 \left[(1 + A_1) \sin 2\alpha + B_1 \cos 2\alpha \right]. \; . \; . \; . \; . \; . \qquad \text{(VIII)}$$

Introduisons encore les notations:

$$a^2 (1 + A_1) = c^2 \cos 2\gamma; \qquad a^2 B_1 = c^2 \sin 2\gamma, \; . \; . \; . \; . \; . \qquad \text{(IX)}$$

où c désigne la longueur (réelle) d'un certain segment rectiligne et γ — un angle réel; une fois la fonction de représentation donnée, ces deux nouveaux paramètres pourront être déterminés par le formules:

$$c^2 = a^2 \sqrt{(1 + A_1)^2 + B_1^2}; \quad \operatorname{tg} 2\gamma = \frac{B_1}{1 + A_1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad \text{(IX')}$$

Ainsi, c^2 est le module et l'angle 2γ — l'argument du coefficient complet de Z^{-1} dans le développement de la fonction de représentation (I). En utilisant ces notations, nous exprimerons la formule (VIII) sous la forme la plus simple:

$$M_0 = 2\pi\sigma u^2 c^2 \sin 2(\alpha + \gamma). \quad \ldots \ldots \ldots \quad \text{(X)}$$

Les formules (VI) et (X) correspondent aux formules (29) et (37) de M. v. *Mises* (voir notre renvoi 6). Les expressions du moment sont identiques tandis que les expressions de la force résultante présentent une différence formelle, $\sin\alpha$ étant remplacé chez M. v. *Mises* par $\sin(\alpha + \beta)$. Ceci provient évidemment du fait que cet auteur a placé le point N sur le cercle dans la position plus générale, en faisant tourner son rayon vecteur d'un angle arbitraire β. Autrement dit, il considérait le profil tourné de ce même angle par rapport à notre position; son but était probablement de pouvoir mesurer les angles d'incidence par rapport à la corde du profil. En examinant les deux formules, v. *Mises* a été conduit aux notions de „l'axe I" et de „l'axe II". L'axe I est une droite menée par l'origine 0 de manière que la force portante s'annulle lorsque la vitesse à l'infini est paralléle à cet axe. Sa direction était caracterisée chez M. v. Mises par la condition $\alpha = -\beta$; nous obtenons, au lieu de cette relation, simplement $\alpha = 0$, c'est donc l'axe x qui se confonde avec l'axe I.

En examinant ensuite la formule (X), on peut définir l'axe II de la manière suivante: si la vitesse de l'écoulement à l'infini est parallèle à cet axe, le moment M_0 est nul. La direction de cet axe est déterminé par la condition $\alpha = -\gamma$ Le rôle de l'axe II est évidemment moins important que celui de l'axe I; en effet, le cas particulier, où la force P passe par le centre 0, n'a aucune signification spéciale ni pour le constructeur ni pour l'expèrimentateur. Si l'on choisit donc l'axe II comme axe x et l'utilise comme base pour mesurer les angles d'incidence, on n'obtient qu'une simplification illusoire, en se privant d'une simplification essentielle qui peut être obtenue uniquement par la distinction de l'axe I.

Il sera utile de faire quelques remarques concernant les valeurs et les signes des paramètres A_1 et B_1. On peut s'appuyer sur le „theorème des aires" de *Bieberbach*[11]). L'inégalité de Bieberbach s'écrit dans nos notations de la façon suivante:

$$[(1 + A_1)^2 + B_1^2] + 2(A_2^2 + B_2^2) + 3(A_3^2 + B_3^2) + \ldots \leqslant 1.$$

En retenant seulement le premier terme, nous obtenons:

$$(1 + A_1)^2 + B_1^2 \leqslant 1, \quad \ldots \ldots \ldots \quad \text{(XI)}$$

d'où:

$$-2 < A_1 \leqslant 0, \qquad |B_1| \leqslant \sqrt{-2A_1 - A_1^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad \text{(XI')}$$

D'après cela le paramètre A_1 est nécessairement négatif. Si l'on examine toutes les formes connues de la fonction de représentation des profils normaux, on observe que $|A_1|$ est une fraction qui ne dépasse, en général, la valeur 0,3 ou 0,4; pour les profils peu épais nous trouvons ordinairement les valeurs beaucoup plus petites. D'autre part, il est évident qu'un profil mince dans sa position zéro ne diffère pas beaucoup, dans la première approximation, d'un segment rectiligne parallèle à l'axe x; or, pour un tel segment A_1 est nul. Si l'on admettait que A_1 est voisin de (— 1) et B_1 voisin de zéro, le profil ressem-

[11]) *L. Bieberbach.* Lehrbuch der Funktionentheorie, Leipzig—Berlin (Teubner) 1927, t. II, p. 84.

blerait au cercle. Si A_1 est voisin de (-1) et B_1 voisin de (± 1), la première approximation donne un segment incliné par rapport à l'axe x de l'angle $\left(\pm \frac{\pi}{4}\right)$. Enfin, si A_1 diffère peu de (-2), le profil ressemble au segment parallèle à l'axe y. On peut écarter ces trois cas qui conduisent aux formes absurdes au point de vue technique.

Quant au paramètre B_1, il est constamment négatif pour les profils de haute portance dont la partie inférieure est concave. Aussi avons nous choisi comme typique le cas de la fig. 2, ou se trouve tracé un profil très courbé de Joukowsky. Nous écrivons sa fonction sous la forme suivante [12]):

$$z = \frac{(Z+a)^2}{Z + kae^{i\mu}} - (2 - ke^{i\mu})\, a. \quad \ldots \ldots \quad \text{(XII)}$$

Dans notre cas particulier $k = 0{,}3$; $\mu = 60^0$. Donc $A_1 = -2\,k \cos\mu + k^2 \cos 2\,\mu \simeq -0{,}345$, $B_1 = -2\,k \sin\mu + k^2 \sin 2\,\mu \simeq -0{,}442$, d'où — suivant (IX'): $c^2 = 0{,}7902\, a^2$; $\operatorname{tg} 2\,\gamma = 0{,}6743$; $2\,\gamma \simeq -34^0$, $\gamma \simeq -17^0$.

Nous allons déterminer maintenant, en suivant toujours M. v. *Mises*, le moment de la résultante P par rapport à un point F aux coordonnées x_F, y_F considérées d'abord comme arbitraires. Nous obtenons, en tenant compte de (VI) et (VIII):

$$M_F = M_0 - P\,(x_F \cos\alpha - y_F \sin\alpha) =$$
$$= 2\,\pi\sigma u^2 a\, \{[(1 + A_1)\, a - x_F] \sin 2\,\alpha + (B_1\, a - y_F) \cos 2\,\alpha + y_F\}.$$

Or, ce moment sera constant (indépendant de α), si nous choisirons:

$$\left.\begin{aligned} x_F &= (1 + A_1)\, a = \frac{c^2}{a} \cos 2\,\gamma \\ y_F &= B_1\, a = \frac{c^2}{a} \sin 2\,\gamma \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad \text{(XIII)}$$

Le point F ainsi déterminé s'appelle f o y e r du profil. D'après (XI) le foyer se trouve toujours à l'intérieur du cercle primitif (si seulement $A_0 = B_0 = 0$). Le moment de la force variable P par rapport au foyer est constant et s'exprime par:

$$M_F = 2\pi\sigma u^2 a\, y_F = 2\pi\sigma u^2 a^2 B_1 = 2\pi\sigma u^2 c^2 \sin 2\gamma \quad \ldots \ldots \quad \text{(XIV)}$$

Le bras du levier de la résultante P par rapport à l'origine 0 sera:

$$h_0 = \frac{M_0}{P} = a \left[(1 + A_1) \cos\alpha + \frac{B_1 \cos 2\alpha}{2 \sin\alpha}\right] = \frac{c^2}{2\,a} \frac{\sin 2(\alpha + \gamma)}{\sin\alpha} \quad \ldots \quad \text{(XV)}$$

et par rapport au foyer:

$$h_F = \frac{M_F}{P} = \frac{B_1 a}{2 \sin\alpha} = \frac{c^2 \sin 2\gamma}{2 a \sin\alpha}. \quad \ldots \ldots \quad \text{(XVI)}$$

Les deux dernières formules montrent que, dans le cas $\alpha = 0$, le bras du levier devient infiniment grand, c. à. d. que le système des pressions s'exerçant sur le profil se réduit à un couple dont le moment s'exprime par (XIV); à mesure que l'angle d'incidence augmente, la force portante P augmente elle — même, et sa direction revient rapidement

---

[12]) C. *Witoszyński*. L. c., p. 38; nous avons retranché le terme constant $(2\text{-}ke^{i\mu})\, a$, afin d'obtenir $A_0 = B_0 = 0$ dans le développement en série.

de l'infini vers le bord d'attaque, en tournant en même temps de façon qu'elle reste toujours parallèle à l'axe mobile y_1. La formule (XVI) montre encore que

$$h_F \sin\alpha = \frac{B_1 a}{2} = \frac{c^2}{2a} \sin 2\gamma = \text{const.}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(XVII)}$$

ainsi: la projection sur l'axe y de la perpendiculaire abaissée du foyer sur la direction de la résultante a une valeur constante. Il en résulte que l'enveloppe de cette direction variable est une parabole au foyer F; l'axe de cette parabole est parallèle à l'axe y, et le paramètre p s'exprime par la formule suivante:

$$p = 2 h_F \sin\alpha = B_1 a = \frac{c^2}{a} \sin 2\gamma; \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(XVIII)}$$

donc, la directrice se confond avec l'axe x. Cette parabole s'appelle „courbe métacentrique théorique".

Nous obtiendrons le même résultat, en écrivant l'équation de la droite suivant laquelle agit la résultante P. Il sera commode de rapporter cette équation à un nouveau système de coordonnées ξ, η dont les axes passent par F et sont resp. parallèles aux axes x, y. L'équation cherchée aura la forme:

$$\xi \cos\alpha - \eta \sin\alpha = \frac{B_1 a}{2 \sin\alpha}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(XIX)}$$

en différentiant cette équation par rapport au paramètre α et en éliminant ensuite ce paramètre, nous obtiendrons l'équation de l'enveloppe:

$$\xi^2 - 2 B_1 a \eta = B_1^2 a^2. \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(XX)}$$

Il est évident que l'on peut attribuer une signification pratique seulement à la branche de la parabole située à droite, en excluant encore sa partie supérieure parce que nos formules sont valables seulement pour les angles d'incidence suffisamment petits.

Nous introduirons encore, d'après M. M. Blasius et Müller, la définition du „centre de circulation". Appelons „moment complexe de circulation" par rapport aux axes x, y la quantité:

$$m = m_x + i m_y = \oint \frac{df}{dZ} \cdot z\, dZ; \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(XXI)}$$

le centre de circulation S sera déterminé alors par les coordonnées suivantes:

$$x_S = \frac{m_x}{C}, \; y_S = \frac{m_y}{C}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(XXII)}$$

où C désigne la valeur de la circulation (form. III).

En introduisant (I), (II') et (V) dans la formule (XXI), nous trouvons:

$$m = \oint \left[-u \left(e^{i\alpha} - \frac{a^2 e^{-i\alpha}}{Z^2} \right) - \frac{Ci}{2\pi Z} \right] \left[Z + (A_0 + iB_0) a + (1 + A_1 + iB_1) \frac{a^2}{Z} + \ldots \right] dZ =$$

$$= \oint \left[u a^2 e^{-i\alpha} - u a^2 e^{i\alpha} (1 + A_1 + iB_1) - \frac{Cai}{2\pi} (A_0 + iB_0) \right] \frac{dZ}{Z} =$$

$$= 2\pi \left[i u a^2 e^{-i\alpha} - i u a^2 e^{i\alpha} (1 + A_1 + iB_1) + \frac{Ca}{2\pi} (A_0 + iB_0) \right],$$

d'où, en vertu de (III):

$$m_x = 2\pi u a^2 [(2 + 2A_0 + A_1) \sin\alpha + B_1 \cos\alpha],$$
$$m_y = 2\pi u a^2 [-A_1 \cos\alpha + (2B_0 + B_1) \sin\alpha].$$

Enfin, les formules (XXII) donnent:

$$\left. \begin{aligned} x_S &= a\left(1 + \frac{A_1}{2} + \frac{B_1}{2} \cot\alpha\right) + aA_0 \\ y_S &= a\left(\frac{B_1}{2} - \frac{A_1}{2} \cot\alpha\right) + aB_0 \end{aligned} \right\} \quad \ldots\ldots \quad \text{(XXIII)}$$

Le plus souvent, ou peut négliger les termes aA_0 et aB_0. Les coordonnées du point S par rapport au système ξ, η seront alors:

$$\left. \begin{aligned} \xi_S &= a\left(-\frac{A_1}{2} + \frac{B}{2} \cot\alpha\right) \\ \eta_S &= a\left(-\frac{B_1}{2} - \frac{A_1}{2} \cot\alpha\right) \end{aligned} \right\} \quad \ldots\ldots \quad \text{(XXIII')}$$

Ces coordonnées vérifiant l'équation (XIX), la direction de la force P passe toujours par le centre de circulation. En variant ensuite le paramètre α, nous observons que le point S décrit une droite dont l'équation a la forme:

$$A_1 \xi_S + B_1 \eta_S + \frac{a}{2} (A_1^2 + B_1^2) = 0. \quad \ldots\ldots \quad \text{(XXIV)}$$

Cette droite est appelée par M. Müller (voir notre renvoi 7) „l'axe III" du profil. Il est intéressant que l'axe III est tangent à la parabole métacentrique à un point H dont les coordonnées sont les racines doubles du système des équations (XX) et (XXIV), c. à. d.:

$$\left. \begin{aligned} \xi_H &= -aA_1 \\ \eta_H &= \frac{a}{2B_1} (A_1^2 - B_1^2) \end{aligned} \right\} \text{ d'où } \left\{ \begin{aligned} x_H &= a \\ y_H &= \frac{a}{2B_1} (A_1^2 + B_1^2) \end{aligned} \right\} \quad \ldots \quad \text{(XXV)}$$

Le point H se trouve donc sur la tangente au cercle primitif menée par F'. D'autre part, l'axe III est l'axe de symétrie du segment FF'. En effet, pour $\alpha = \frac{\pi}{2}$ il y a $x_S = a\left(1 + \frac{A_1}{2}\right)$, $y_S = a\frac{B_1}{2}$, alors l'axe III passe par le centre S_2 du segment FF'; d'ailleurs, il est perpendiculaire à ce segment.

Observons encore que parmi les tangentes de la parabole métacentrique se trouvent aussi: l'axe II (si on la mène, d'après M. Müller, par le centre du cercle et non par

la pointe du profil, comme l'a fait M. v. Mises) et la droite t perpendiculaire à l'axe II menée par 0. En effet, l'équation de l'axe II s'écrit:

$$y = x \operatorname{tg}\gamma, \qquad \text{ou bien} \qquad \eta + B_1 a = [\xi + (1 + A_1) a] \operatorname{tg}\gamma; \quad . \quad \text{(XXVI)}$$

en résolvant le système des équations (XX) et (XXVI), nous trouvons les racines doubles étant les coordonnées du point de contact J:

$$\xi_J = a B_1 \operatorname{tg}\gamma, \qquad \eta_J = -a(1 + A_1) \operatorname{tg}\gamma. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(XXVII)}$$

En opérant de même avec l'équation de la droite t:

$$y = -x \cot\gamma, \quad \text{ou bien} \quad \eta + B_1 a = -[\xi + (1 + A_1) a] \cot\gamma, \quad \text{(XXVIII)}$$

nous trouvons les coordonnées de l'autre point du contact G:

$$\xi_G = -a B_1 \cot\gamma, \qquad \eta_G = a(1 + A_1) \cot\gamma. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(XXIX)}$$

Il est évident que les points J, F, G sont situés sur une droite perpendiculaire à OF.

En résumant l'ensemble des raisonnements précédents, nous concluons: lorsque l'angle d'incidence α augmente depuis zéro, la direction de la résultante P enveloppe la branche de la parabole P située à droite tandis que son point d'intersection avec l'axe III se déplace sur cette dernière en partant de S_0 à l'infini (pour $\alpha = 0$), franchit S_1 (pour $\alpha = -\gamma$ — dans ce cas P passe par 0) et parvient à S_2 $\left(\text{pour } \alpha = \frac{\pi}{2}\right)$. En particulier, pour $\alpha = 0$ nous obtenons un couple du moment négatif M_F (form. XIV) — c'est le „moment du vol piqué" (en allemand „Sturzflugmoment").

Envisageons maintenant le cas $B_1 > 0$ représenté sur la fig. 3. Le profil tracé sur cette figure est obtenu à l'aide de la fonction de représentation dans sa forme générale (I), où on a posé:

$$A_0 = B_0 = 0; \quad A_1 = -0{,}3; \quad B_1 = 0{,}24; \quad A_2 = -0{,}1; \quad B_2 = 0; \quad A_3 = 0{,}032; \quad B_3 = -0{,}08;$$

et les coefficients suivants étant tous nuls. Nous trouvons ici

$$c^2 = 0{,}74 a^2; \quad \operatorname{tg} 2\gamma = \frac{12}{35}; \qquad 2\gamma \cong 19^0; \quad \gamma \cong 9^0 30';$$

ainsi, l'angle γ est positif, l'axe II est tourné dans le sens positif par rapport à l'axe I. La parabole se trouve au dessus de l'axe I et ses branches sont dirigées vers le haut. Le point S_1 correspond cette fois à l'angle d'incidence négatif $(-\gamma)$, donc il n'a aucune signification pratique. Lorsque l'angle α augmente en partant de zéro, la direction de la résultante P enveloppe la branche de la parabole s i t u é e à g a u c h e; le point S se déplace sur l'axe III, en partant de S_0 à l'infini, vers la position S_3 qui correspond théoriquement à $\alpha = \frac{\pi}{2} - \gamma$. Le bras du levier h_F doit être considéré maintenant comme positif (voir form. XVI); il décroît, lorsque α augmente. La direction de la résultante se déplace donc vers la partie arrière du profil. Le moment du vol piqué (XIV) est positif.

Supposons maintenant que la valeur absolue de B_1 est très petite. Dans les deux cas $B_1 > 0$ et $B_1 < 0$ l'angle γ entre les axes I et II est très petit tandis que l'axe III est presque perpendiculaire aux deux axes précédents. Le foyer F est très rapproché de l'axe I; le paramètre de la parabole est très petit, donc la courbe semble être très étroite. Pour les angles d'incidence suffisamment considérables les déplacements de S sont insignifiants, et la direction de P passe tout près du point F. Cependant, lorsque α tend

vers zéro, cette direction s'éloigne toujours infiniment à droite (pour $B_1 < 0$) ou à gauche (pour $B_1 > 0$). Le moment du vol piqué diffère toujours de zéro, en conservant le signe du paramètre B_1.

Ce moment ne devient nul que dans un cas particulier qui est pour nous le plus important. Il s'agit du cas $B_1 = 0$ qui est caractéristique pour les „profils au centre de poussée fixe". En effet, dans ce cas le foyer F est situé sur l'axe I, le moment par rapport à ce point est constamment nul, donc la direction de la résultante passe toujours par ce point. Le schème représenté sur les fig. 2 et 3 subit maintenant une simplification extraordinaire (fig. 4). Les axes I et II se confondent, l'axe III est perpendiculaire aux deux précédents et les coupe au milieu du segment FF'. La parabole est remplacée par un faisceau des droites issues de F.

Il faut remarquer encore que l'abscissse x_F, exprimée par la form. XIII, est un peu inférieure à a pour les profils minces; d'autre part, la longueur totale l du profil est un peu inférieure à $4a$ et le point 0 se trouve à peu près au milieu de cette longueur. Donc, le centre de poussée se trouve approximativement au quart de cette longueur du côté du bord d'attaque. Cette conclusion s'applique rigoureusement au profil rectilique qui constitue évidemment l'exemple le plus simple du profil au centre de poussée constant.

Les conclusions de la théorie précédente, si remarquables par leur élégance et simplicité, sont loin de concorder exactement avec les données d'expérience. C'est autant

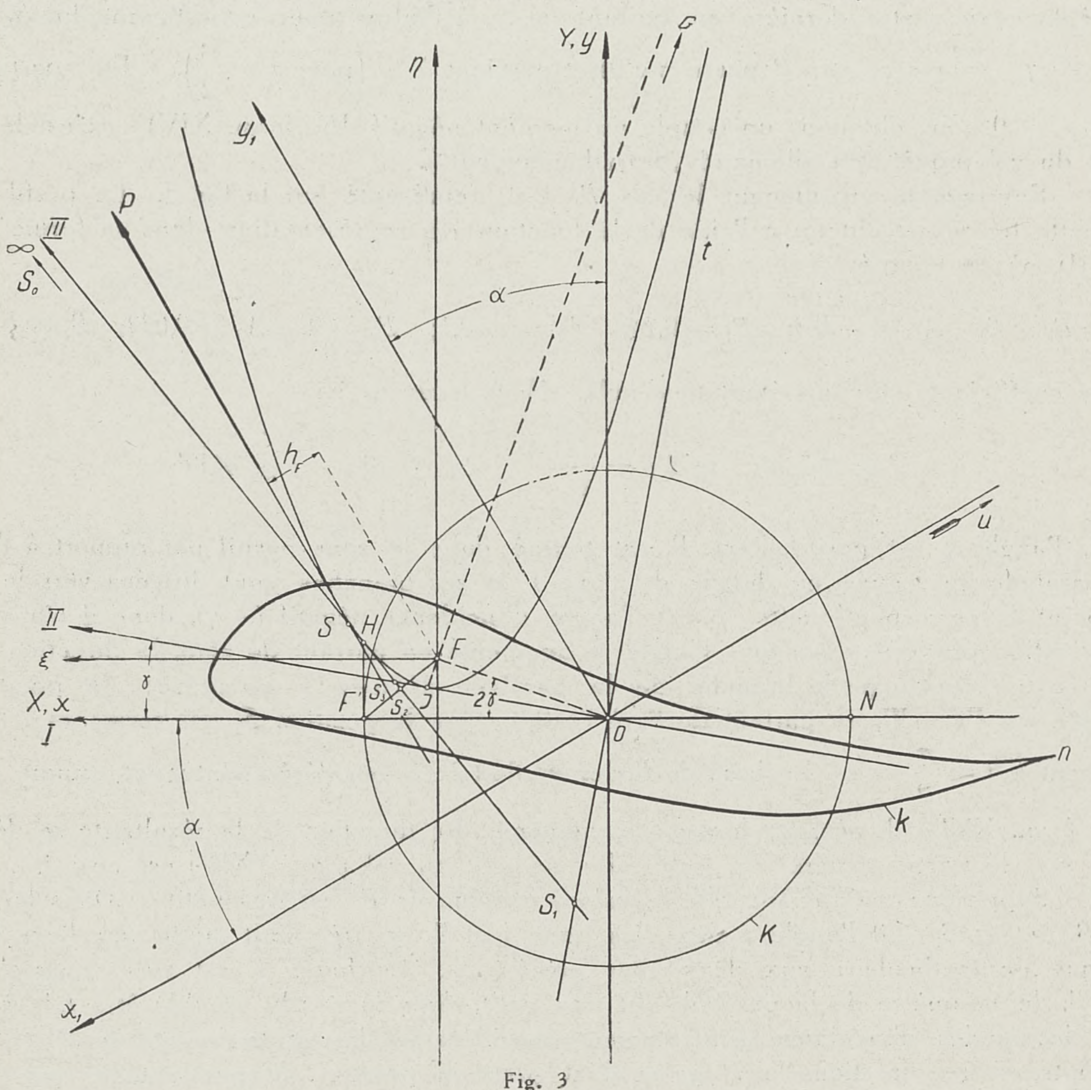


Fig. 3

plus compréhensible que la théorie est basée sur la conception de l'aile de l'envergure infinie; il serait donc irraisonnable d'espérer l'accord des résultats numériques. Ce qui est essentiel c'est que les conclusions présentent une concordance *qualitative* avec la réalité. La marche générale des phénomènes est reproduite approximativement. Mais, s'il s'agit particulièrement du rôle du coefficient B_1, la théorie est confirmée exactement par l'expérience. Du reste, ce fait semble être tout-à-fait naturel. L'hypothèse de Joukowsky ainsi que toutes ses conséquences ne constituent qu'une approximation grossière. Mais, si nous considèrons le cas particulier $\alpha = 0$, le terme complémentaire du potentiel (II), exprimant le mouvement circulatoire, devient nul, et il ne reste qu'un écoulement classique sans circulation. Or, celui-ci est réalisé dans ce cas avec une exactitude presque parfaite. Ainsi la formule (VIII), qui exprime le moment du couple résultant agissant sur le profil placé dans sa position zéro, peut être considérée comme exacte. Ce moment doit donc conserver en réalité le signe du coefficient B_1. D'autre part, l'expérience montre que la force portante P ainsi que le moment résultant M sont fonctions linéaires de l'angle α si l'on se borne aux petites valeurs de cet angle. Dans le cas $B_1 = 0$ ces deux fonctions s'annulent simultanément, donc leur quotient $\frac{M}{P}$, qui exprime le bras du levier, est constant, et les déplacements de la force P sont pratiquement nuls. *Si* $B_1 \gtrless 0$, le quotient $\frac{M}{P}$ varie suivant un diagramme hyperbolique (voir la form. XV, où l'on peut remplacer $\sin\alpha$ par α); au voisinage de $\alpha = 0$ les déplacements de la force P sont très grands, et pour $\alpha = 0$ la force s'éloigne infiniment. Les expériences vérifient parfaitement cette conclusion.

Le travail présent a pour but l'étude détaillée des profils possédant un centre de poussée fixe. Comme nous l'avons démontré, la marque analytique unique de ces profils ce réduit à ce que le coefficient de Z^{-1} dans le développement de leur fonction de représentation est réel, si l'axe zéro est prise comme l'axe des x. Les profils de ce genre sont fort peu étudiés jusqu'à présent, et l'on ne trouve que de rares remarques à ce sujet dans a littérature. Les premiers exemples ont été donnés par M. v. Mises dans son travail déjà cité (voir notre renvoi 6); ensuite nous trouvons quelques indications chez M. Müller

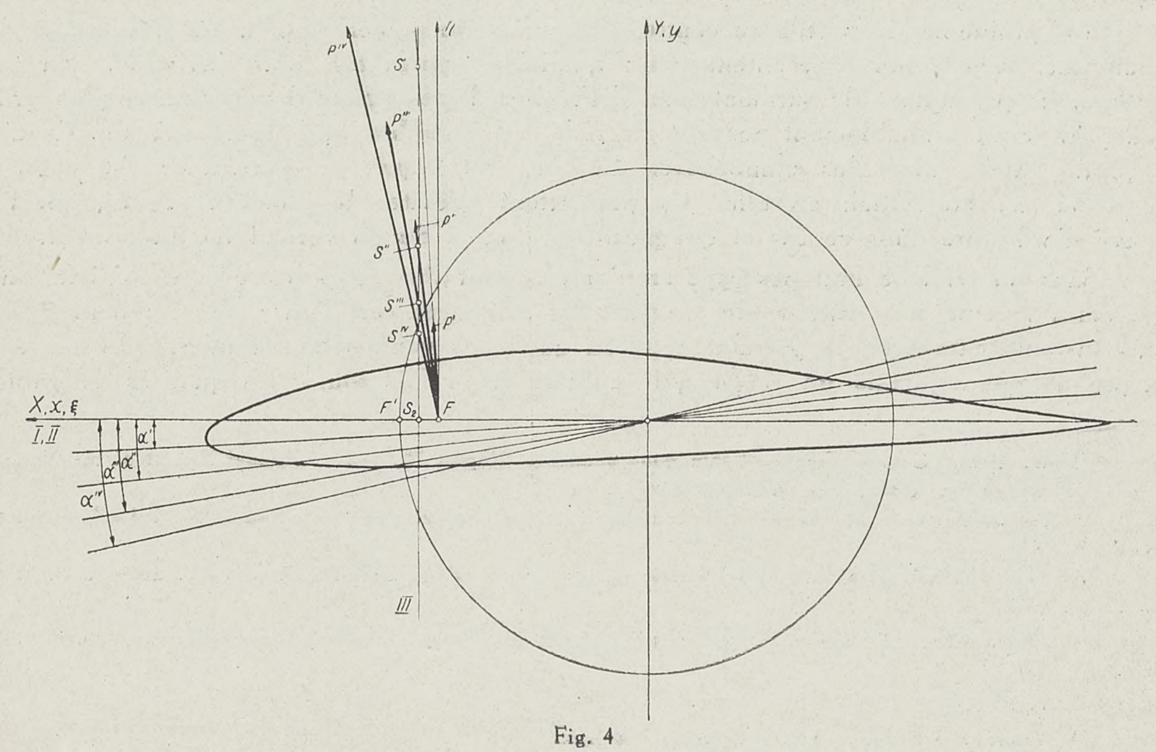


Fig. 4

(renvoi 7) et chez *M. Munk*[13]) qui a élaboré une méthode approximative pour étudier les propriétes aérodynamiques des profils et a essayé de l'appliquer pour rechercher les profils au centre de poussée fixe. On trouvera dans l'ouvrage de M. M. Toussaint et Carafoli (renvoi 9) le résumé de cette méthode qui repose d'ailleurs sur les hypothèses trop simplifiées.

Les résultats de tous les essais mentionnés sont d'une valeur restreinte; ceci résulte du fait que les moyens analytiques employés par ces auteurs étaient insuffisants. Ils se bornaient en général à choisir une classe de fonctions de représentation plus on moins spéciale, admettant quelques paramètres arbitraires. Or, si le nombre de paramètres est trop limité, la multiplicité des formes possibles est limitée aussi; dans le cas contraire—la discussion des formules devient impossible. Tout de même, ces travaux ont indiqué les difficultés caractéristiques qui se présentent dans notre problème.

Si nous essayons de choisir les profils au centre de poussée fixe parmi les groupes de représentations les plus élémentaires (p. ex. celles de Joukowsky, de *M. M. Kármán-Trefftz*[14]), bipolaires de M. Witoszyński[15]) etc.), nous prouvons facilement que seuls les profils symétriques de ces groupes possèdent la propriété exigée. D'autre part, il est évident que tous les profils symétriques possèdent le centre de poussée fixe. En effet, si un tel profil est placé de façon que son axe de symétrie est l'axe des x, tous les coefficients dans le développement de sa fonction de représentation (I) sont réels, donc $B_n = 0$ et, en particulier, $B_1 = 0$. Mais le réciproque n'est pas vrai. Nous pouvons affirmer seulement[16]) que les profils ordinaires de haute portance („profils incurvés“ ou „profils à courbure simple“) ne possèdent jamais de centre de poussée fixe. Les exemples de M. M. v. Mises, Müller et Munk sont les profils asymétriques à courbure double; leur pointe est redressée vers le haut et leur squelette ressemble à un S renversé.

Les profils au centre de poussée fixe n'ont pas trouvé jusqu'à présent l'application fréquente pour la construction des ailes d'avions. Ceci provient du fait que les profils symétriques possèdent une faible portance, car le domaine d'angles d'incidence admissibles pour ces profils est restreint; par conséquent, ces profils ne s'adaptent que pour les empennages. Quant aux profils à courbure double, les exemples connus jusqu'à présent se distinguent non seulement par leur faible portance, mais aussi par leur trainée considérable.

Le problème de profils au centre de poussée fixe mérite pourtant une étude plus approfondie. Ces profils présentent deux qualités importantes pour l'aviation. En premier lieu, ils permettent de surmonter les difficultés de résistance d'une manière plus avantageuse (il serait probablement possible de réduire le nombre de longerons à un). Ensuite, ces profils faciliteraient les manoeuvres dans le vol piqué, en particulier s'il s'agit de revenir au vol horizontal; en effet, ils permettent d'éviter le moment négatif, que l'on éprouve d'ordinaire dans ce cas et qui paralyse l'action du gouvernail de profondeur.

Sans doute, il ne faut pas espérer d'obtenir tout d'un coup des résultats satisfaisants. Il est certainement très difficile de concilier les exigences que l'on pose actuellement aux profils sustentateurs avec le postulat nouveau que nous venons de formuler. On ne réalisera probablement jamais un profil qui réunisse à la fois toutes les qualités désirables.

---

[13]) *M. Munk*. General theory of thin wing sections. Report Nr. 142 — Annual Report of the National Advisory Committee for Aeronautics, Washington 1922.

M Munk. Elements of the Wing section theory and of the wing theory. Report Nr. 191—A. R. of the N. A. C. A., 1924.

M. Munk. Model tests with a systematic series of 27 wing sections. Report Nr. 221—A. R. of the N. A. C. A., 1925.

[14]) *Th. Kármán u. E. Trefftz*. Potentialströmung um gegebene Tragflächenquerschnitte. Z. f. F. u. M., 1918, p. 111—116.

[15]) L. c., p. 40.

[16]) *Toussaint et Carafoli*. L. c., remarque sur p. 65.

Tout de même, il nous parait utile de tenter quelques efforts afin de choisir parmi la multiplicité des profils remplissant la condition

$$B_1 = 0 \tag{XXX}$$

les formes les plus avantageuses. Le travail présent n'est qu'un effort de ce genre, basé sur une méthode nouvelle de construction de profils. Cette méthode fut elaborée à l'Institut Aérodynamique de Varsovie [17]), mais elle n'a pas été exploitée suffisamment jusqu'aujourd'hui. Elle s'adapte particulièrement bien à notre problème.

§ 1. Profils à trois arcs.

Parmi plusieurs manières de construir les profils proposées par M. Bonder dans son travail cité plus haut (renvoi 17) nous choisissons la méthode de diviser le profil en trois arcs (§ 7). Nous allons généraliser ici cette méthode, en conservant son principe essentiel. Admettons que les points de division sont: la pointe n, le point à l'ordonnée minimum g et celui à l'ordonnée maximum h Ces points correspondent respectivement aux points N, G, H du cercle primitif (fig. 5). Afin d'obtenir le profil dans sa position zéro, nous admettrons que l'angle polaire de N soit $\vartheta_N = \pm \pi$; nous introduirons encore les notations: $\vartheta_G = -\beta$, $\vartheta_H = \gamma$.

Les variations de l'ordonnée y en fonction de l'angle polaire ϑ seront exprimées dans les trois intervalles $(-\pi, -\beta)$, $(-\beta, \gamma)$, (γ, π) par trois expressions analytiques différentes:

$$\left.\begin{aligned} \frac{y_1}{a} &= C_1 + K_1 \,.\, F_1(t_1) \\ \frac{y_2}{a} &= C_2 + K_2 \,.\, F_2(t_2) \\ \frac{y_3}{a} &= C_3 + K_3 \,.\, F_3(t_3) \end{aligned}\right\} \text{ où } \left.\begin{aligned} t_1 &= \frac{\vartheta + \pi}{\pi - \beta} = \frac{\lambda_1}{\pi}(\vartheta + \pi) \\ t_2 &= \frac{\vartheta + \beta}{\beta + \gamma} = \frac{\lambda_2}{\pi}(\vartheta + \beta) \\ t_3 &= \frac{\vartheta - \gamma}{\pi - \gamma} = \frac{\lambda_3}{\pi}(\vartheta - \gamma) \end{aligned}\right\} \quad . \;.\; . \tag{1}$$

Les paramètres t_1, t_2, t_3 sont les fonctions linéaires de l'angle ϑ choisies de manière que chacune d'elles devienne nulle respectivement à l'origine de l'arc NG, GH où HN et qu'elle devienne égale à 1 à l'extrémité de l'arc correspondant. Les coefficients constants λ_1, λ_2 et λ_3 s'expriment:

$$\lambda_1 = \frac{\pi}{\pi - \beta}; \qquad \lambda_2 = \frac{\pi}{\beta + \gamma}; \qquad \lambda_3 = \frac{\pi}{\pi - \gamma} \,.\; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \tag{2}$$

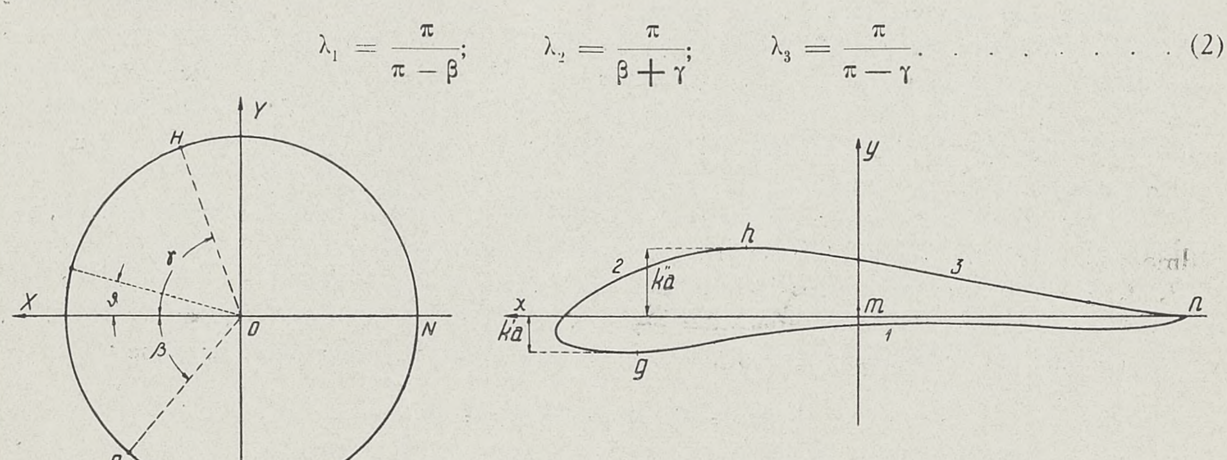


Fig. 5

17) *J. Bonder*. Sur la construction des profils d'aviation. Ce recueil, fasc. I, p. 3—35

Les trois fonctions (1) sont assujetties aux certaines conditions qui seront precisées plus loin.

Afin que la variable complexe $z = x + iy$ soit une fonction anatylique de la variable $Z = X + iY$ du genre (I), les coefficients A_n et B_n doivent vérifier les formules de Fourier[18]):

$$\left.\begin{aligned} A_n &= -\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{y}{a}\sin n\Theta\, d\Theta \\ B_n &= \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{y}{a}\cos n\Theta\, d\Theta \end{aligned}\right\}; \qquad n = 1, 2, \ldots \quad . \quad . \quad (3)$$

l'abscisse x s'exprimera alors par la formule suivante:

$$\frac{x}{a} = 2\cos\vartheta + \sum_{n=1}^{\infty}(A_n\cos n\vartheta + B_n\sin n\vartheta) = 2\cos\vartheta + \frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{y}{a}\sin n(\vartheta - \Theta)\, d\Theta. \qquad (4)$$

L'intégration dans les form. (3) et (4) doit être effectuée séparément pour les sous-intervalles: $(-\pi, -\beta)$, $(-\beta, \gamma)$, (γ, π); il faut introduire chaque fois l'expression correspondante de y, en remplaçant la variable ϑ par Θ qui est la variable d'intégration.

Il faut remarquer ici un fait auquel M. Bonder n'a pas fait attention dans son travail. Le profil déterminé par les formules (1) et (4) ne change pas, lorsqu'on ajoute une constante réelle arbitraire simultanément aux constantes C_1, C_2, C_3; il en résulte seulement une translation du profil dans la direction de l'axe y. La constante $(A_0 + iB_0)\,a$ dans le développement (I) doit alors changer de valeur. Donc, cette constante n'est pas nulle en général. D'ailleurs, elle peut être calculée[19]) facilement à l'aide des formules (3), dans lesquelles il faut introduire $n = 0$ et ajouter le facteur $\frac{1}{2}$. On trouvera:

$$\left.\begin{aligned} A_0 &= 0; \\ B_0 &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{y}{a}\, d\Theta = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{\pi}{\lambda_1}\int_0^1\frac{y_1}{a}\, dt_1 + \frac{\pi}{\lambda_2}\int_0^1\frac{y_2}{a}\, dt_2 + \frac{\pi}{\lambda_3}\int_0^1\frac{y_3}{a}\, dt_3\right]. \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (5)$$

Si l'on exige que la constante B_0 soit nulle, c. à. d. que l'origine des coordonnées o coïncide avec le „centre du profil" (comme sur la fig. 2), il ne faut que choisir les valeurs convenables des constantes C_1, C_2, C_3. Nous ne procèderons pourtant pas de la sorte dans la suite, car les formules seront un peu plus simples lorsqu'on admettra que la pointe n est située sur l'axe x (fig. 5). Le centre du profil m se trouvera alors sur l'axe y à la distance $B_0 a$ de l'origine o, le coefficient B_0 s'exprimant par (5).

Nous allons rechercher maintenant les formes admissibles des fonctions F_1, F_2, F_3. Admettons que ces fonctions s'expriment par les polynomes entiers respectivement en t_1, t_2, t_3 ou bien par les séries infinies des puissances de ces variables. Comme les formules (1) contiennent les constantes additives C_1, C_2, C_3 et les facteurs constants K_1, K_2, K_3, et d'autre part les ordonnées des points n, g, h sont inégales, nous pouvons poser:

$$\left.\begin{aligned} F_1(0) = F_2(0) = F_3(0) = 0 \\ F_1(1) = F_2(1) = F_3(1) = 1 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

[18]) *J. Bonder.* L. c. form. (12).

[19]) Voir, p. ex., K. Knopp. Theorie und Anwendung der unendlichen Reihen. Berlin (J. Springer) 1924, p. 354.

Les points n, g, h sont choisis de manière que pour tous ces points il soit nécessairement $\frac{dy}{a\,d\vartheta} = 0$, d'où:

$$F_1'(0) = F_1'(1) = F_2'(0) = F_2'(1) = F_3'(0) = F_3'(1) = 0. \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Les formules (6) et (7) montrent que les trois fonctions F_1, F_2, F_3 sont assujetties aux conditions identiques. Nous pourrons donc raisonner dans la suite d'une manière générale, en introduisant une fonction typique $F(t)$ et un arc généralisé correspondant (fig. 6). Désignons par χ et ψ les valeurs de l'angle polaire ϑ qu'il obtient aux extrémités de cet arc. Le paramètre t généralisé s'exprimera alors:

$$t = \frac{\vartheta - \chi}{\psi - \chi}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

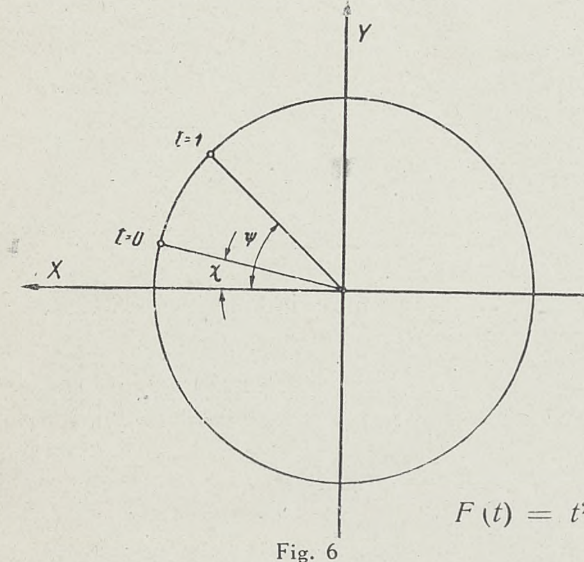


Fig. 6

La fonction $F(t)$ doit vérifier les conditions suivantes ne différant de (6) et (7):

$$F(0) = F'(0) = F'(1) = 0; \qquad F(1) = 1.$$

Il est aisé de démontrer qu'une telle fonction pourra toujours être ramenée à la forme suivante:

$$F(t) = t^2 [3 - 2t + (1-t)^2 (D + Et + Ft^2 + Gt^3 + \ldots)], \quad (9)$$

la série entre parenthèses étant finie ou infinie.

Nous ne retiendrons que deux termes $(D + Et)$ de cette série, nous poserons donc:

$$F(t) = t^2 [3 - 2t + (1-t)^2 (D + Et)] =$$
$$= (3 + D)t^2 - (2 + 2D - E)t^3 + (D - 2E)t^4 + Et^5. \quad (10)$$

Cette simplification enlève naturellement la généralité complète à tous les résultats suivants, car nous excluons ainsi les termes du degré supérieur à 5. Mais le procédé est tout-à-fait suffisant au point de vue pratique, s'il ne s'agit pas des arcs à plusieurs maxima et minima. La fonction (10) possède en général quatre extrema dont deux correspondent toujours aux extrémités du domaine (0,1) de la variable t tandis que les deux autres peuvent être placés arbitrairement à l'intérieur ou à l'extérieur de ce domaine. En faisant varier les paramètres D, E, nous pouvons modifier la forme de chaque arc particulier avec la liberté suffisante. En même temps, si nous nous bornons aux deux paramètres seulement, il est relativement facile de discuter tous les cas possibles et d'illustrer les résultats par les diagrammes simples (fig. 10 et 13), ce qui serait presque inexécutable dans le cas d'un nombre des paramètres supérieur à deux. Dans le cas exceptionnel, si l'arc considéré du profil devait présenter plus de quatre extrema, il serait plus commode de le diviser en deux ou plusieurs parties aboutissant aux maxima ou minima locaux.

Les six constantes dans les formules (1) sont assujetties à trois conditions suivantes assurant la continuité de l'ordonnée y aux points n, g, h:

$$C_1 + K_1 = C_2; \qquad C_2 + K_2 = C_3; \qquad C_3 + K_3 = C_1. \quad (11)$$

Si la pointe n est située sur l'axe des x, la constante $C_1 = 0$; il est commode d'exprimer les autres constantes par les ordonnées des points g et h que nous désignerons (cf. fig. 5) respectivement par $(-k'a)$ et $(k''a)$; nous trouverons alors:

$$\left.\begin{array}{lll} C_1 = 0, & C_2 = -k', & C_3 = k''. \\ K_1 = -k', & K_2 = k' + k'', & K_3 = -k'' \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

En tenant compte de (10) et (12), nous représenterons les fonctions (1) sous la forme:

$$\boxed{\begin{array}{l} \dfrac{y_1}{a} = -k' t_1^2 [3 - 2t_1 + (1 - t_1)^2 (D_1 + E_1 t_1)] = -k' \eta_1; \\[2ex] \dfrac{y_2}{a} = -k' + (k' + k'') t_2^2 [3 - 2t_2 + (1 - t_2)^2 (D_2 + E_2 t_2)] = -k' + (k' + k'') \eta_2; \\[2ex] \dfrac{y_3}{a} = k'' \{1 - t_3^2 [3 - 2t_3 + (1 - t_3)^2 (D_3 + E_3 t_3)]\} = k'' \eta_3. \end{array}} \quad (13)$$

Ces fonctions introduites dans (5), l'intégration s'effectue immédiatement; il en résulte:

$$\begin{aligned} B_0 = &-\frac{k'}{\lambda_1}\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{60} D_1 + \frac{1}{120} E_1\right) - \frac{k'}{\lambda_2}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{60} D_2 - \frac{1}{120} E_2\right) + \\ &+ \frac{k''}{\lambda_2}\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{60} D_2 + \frac{1}{120} E_2\right) + \frac{k''}{\lambda_3}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{60} D_3 - \frac{1}{120} E_3\right). \end{aligned} \quad (14)$$

Nous venons de définir une vaste famille des profils contenant une multiplicité des formes assez riche pour satisfaire les exigences pratiques très variées. Pour se faire une idée de cette multiplicité, on observera qu'il y a en total dix paramètres distincts, à savoir: β, γ, k', k'', D_1, E_1, D_2, E_2, D_3, E_3.

Il n'y a qu'une seule relation nécessaire entre ces paramètres; elle provient du fait que l'abscisse x doit avoir un minimum à la pointe n ce qui se réduit à l'égalité:

$$\left[\frac{dx}{a\,d\vartheta}\right]_{\vartheta = \pm\pi} = 0. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

Nous étudierons cette relation en détail dans le § 3 et nous démontrerons qu'elle détermine le quotient $\frac{k''}{k'}$ en fonction de tous les autres paramètres. Donc, si l'on fait varier k', k'' varie proportionnellement ce qui permet de modifier facilement l'épaisseur du profil sans changer son aspect général. Cette épaisseur étant indéterminée, nous disposons encore de huit paramètres arbitraires. Le rôle de ces paramètres est évident. En faisant varier β et γ, nous déplaçons a notre gré le point g (le plus bas) et h (le plus élevé); d'autre part, les couples de coefficients (D_1, E_1), (D_2, E_2) et (D_3, E_3) permettent de changer librement la forme de chaque arc particulier. Nous reviendrons à ce problème dans le § 2; ici nous nous bornons à remarquer que la variation des paramètres D, E pour une des fonctions (13) influe d'une manière décisive sur la forme de l'arc correspondant tandis que les modifications de deux autres arcs restent presque inapercevables. A ce point de vue, la méthode de diviser le profil en arcs est très commode; elle surpasse toutes les autres méthodes employées jusqu'aujourd'hui, celles-là ne permettant que varier simultané-

ment la forme entière du profil. Cet avantage est racheté par les grandes difficultés de calcul, particulièrement s'il s'agit de calculer les abscisses x. Celles-ci sont déterminées par la formule (4) qui doit être transformée suivant la méthode de M. Bonder[20]. Nous représenterons d'abord cette formule sous la forme suivante:

$$\frac{x}{a} = 2\cos\vartheta + \frac{1}{\pi}\Big[\sum_{n=1}^{\infty}\int_{-\pi}^{-\beta}\frac{y_1}{a}\sin n(\vartheta-\Theta).\,d\Theta +$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}\int_{-\beta}^{\gamma}\frac{y_2}{a}\sin n(\vartheta-\Theta).\,d\Theta + \sum_{n=1}^{\infty}\int_{\gamma}^{\pi}\frac{y_3}{a}\sin n(\vartheta-\Theta).\,d\Theta\Big].$$

Il faut introduire ensuite les expressions $\frac{y_1}{a}, \frac{y_2}{a}, \frac{y_3}{a}$ suivant (1), en négligeant pourtant les constantes C_1, C_2, C_3, car on ne trouvera dans le développement définitif que les dérivées successives des fonctions (1), à partir du deuxième ordre. Nous écrirons donc:

$$\frac{x}{a} = 2\cos\vartheta + \frac{K_1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\int_{-\pi}^{-\beta}F_1(t_1).\sin n(\vartheta-\Theta)\,d\Theta +$$

$$+\frac{K_2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\int_{-\beta}^{\gamma}F_2(t_2).\sin n(\vartheta-\Theta).\,d\Theta + \frac{K_3}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\int_{\gamma}^{\pi}F_3(t_3).\sin n(\vartheta-\Theta).\,d\Theta,$$

ou bien, en raccourci:

$$\frac{x}{a} = 2\cos\vartheta + K_1\xi_1 + K_2\xi_2 + K_3\xi_3, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

ou encore, en tenant compte de (12):

$$\boxed{\frac{x}{a} = 2\cos\vartheta - k'\xi_1 + (k'+k'')\xi_2 - k''\xi_3}\,; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16a)$$

dans les formules (16) ξ_1, ξ_2, ξ_3 sont les expressions du type:

$$\xi = \frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\int_{\chi}^{\psi}F(t).\sin n(\vartheta-\Theta).\,d\Theta, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

χ et ψ désignant respectivement les valeurs de l'angle polaire ϑ qui correspondent à l'origine et à l'extrémité de l'arc quelconque (fig. 6).

Les deux variables t et Θ qui interviennent sous le signe d'intégrale dans la formule (17) sont liées par la relation (cf. les formules 1):

$$t = \frac{\Theta-\chi}{\psi-\chi} = \frac{\lambda}{\pi}(\Theta-\chi), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

[20]) L. c., § 4. p. 15.

où

$$\lambda = \frac{\pi}{\psi - \chi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

Nous déduisons de (18):

$$\Theta = \chi + \frac{\pi}{\lambda}\, t; \qquad d\,\Theta = \frac{\pi}{\lambda}\,.\, d\,t;$$

en introduisant ces expressions dans (17), nous obtenons:

$$\xi = \frac{1}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \int_{0}^{1} F(t)\,.\,\sin n\left[(\vartheta - \chi) - \frac{\pi}{\lambda}\, t\right].\, dt \quad \ldots\ldots \quad (20)$$

En effectuant ensuite plusieurs fois l'intégration par parties, nous ramenons la formule (20) à la forme suivante:

$$\xi = \frac{\lambda^2}{\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \left[- F''(t)\,.\,\frac{\cos n\left(\vartheta - \chi - \frac{\pi}{\lambda}\, t\right)}{n^3} - \frac{\lambda}{\pi}\,.\, F'''(t)\, \frac{\sin n\left(\vartheta - \chi - \frac{\pi}{\lambda}\, t\right)}{n^4} + \right.$$
$$\left. + \frac{\lambda^2}{\pi^2}\,.\, F^{\mathrm{IV}}(t)\, \frac{\cos n\left(\vartheta - \chi - \frac{\pi}{\lambda}\, t\right)}{n^5} + \frac{\lambda^3}{\pi^3}\, F^{\mathrm{V}}(t)\, \frac{\sin n\left(\vartheta - \chi - \frac{\pi}{\lambda}\, t\right)}{n^6} \right]_{t=0}^{t=1} \quad (21)$$

Il faut remarquer que nous avons négligé entre les crochets les deux termes contenant $F(t)$ et $F'(t)$ ce qui exige une explication. Or, $F'(t)$ devient nul pour $t = 0$ et pour $t = 1$; quant aux termes contenant $F(t)$, ils disparaissent dans le résultat final, comme l'a démontré M. Bonder (cf. notre renvoi 20).

Afin d'obtenir la formule définitive pour ξ, il suffira maintenant de calculer les dérivées successives de $F(t)$ suivant (10) et d'introduire les limites d'intégration. Nous dressons la table suivante:

$F^{p}(t)$	$F^{p}(1)$	$-F^{p}(0)$
$F(t) = (3+D)\,t^2 - (2+2\,D-E)\,t^3 + (D-2E)\,t^4 + Et^5$	1	0
$F'(t) = (6+2D)\,t - (6+6\,D-3E)\,t^2 + (4D-8E)\,t^3 + 5Et^4$	0	0
$F''(t) = (6+2D) - (12+12D-6E)\,t + (12D-24E)\,t^2 + 20Et^3$	$-6+2D+2E$	$-6-2D$
$F'''(t) = -(12+12D-6E) + (24D-48E)\,t + 60Et^2$	$-12+12D+18E$	$12+12D-6E$
$F^{\mathrm{IV}}(t) = (24D-48E) + 120Et$	$24D+72E$	$-24D+48E$
$F^{\mathrm{V}}(t) = 120E$	$120E$	$-120E$

Nous observons ensuite que, lorsqu'on substitue $t = 1$ et $t = 0$ dans l'expression $(\vartheta - \chi - \frac{\pi}{\lambda}\, t)$, il résulte respectivement $(\vartheta - \psi)$ et $(\vartheta - \chi)$. En introduisant ces valeurs dans (21) et en simplifiant et groupant convenablement le polynome, on obtient:

$$\xi = \frac{2\lambda^2}{\pi^3}\Bigg\{\Bigg[3\left(\sum\frac{\cos n\,\varphi_1}{n^3}+\sum\frac{\cos n\,\varphi_0}{n^3}\right)+6\,\frac{\lambda}{\pi}\left(\sum\frac{\sin n\,\varphi_1}{n^4}-\sum\frac{\sin n\,\varphi_0}{n^4}\right)\Bigg]+$$

$$+D\Bigg[\left(-\sum\frac{\cos n\,\varphi_1}{n^3}+\sum\frac{\cos n\,\varphi_0}{n^3}\right)-6\,\frac{\lambda}{\pi}\left(\sum\frac{\sin n\,\varphi_1}{n^4}+\sum\frac{\sin n\,\varphi_0}{n^4}\right)+$$

$$+12\,\frac{\lambda^2}{\pi^2}\left(\sum\frac{\cos n\,\varphi_1}{n^5}-\sum\frac{\cos n\,\varphi_0}{n^5}\right)\Bigg]+$$

$$+E\Bigg[-\sum\frac{\cos n\,\varphi_1}{n^3}+3\,\frac{\lambda}{\pi}\left(-3\sum\frac{\sin n\,\varphi_1}{n^4}+\sum\frac{\sin n\,\varphi_0}{n^4}\right)+$$

$$+12\,\frac{\lambda^2}{\pi^2}\left(3\sum\frac{\cos n\,\varphi_1}{n^5}+2\sum\frac{\cos n\,\varphi_0}{n^5}\right)+60\,\frac{\lambda^3}{\pi^3}\left(\sum\frac{\sin n\,\varphi_1}{n^6}-\sum\frac{\sin n\,\varphi_0}{n^6}\right)\Bigg]\Bigg\}, \quad (22)$$

où:

$$\left.\begin{aligned}\varphi_1 &= \vartheta - \psi\\ \varphi_0 &= \vartheta - \chi\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

Pour simplifier les écritures nous avons introduit le signe Σ au lieu de $\sum\limits_{n=1}^{\infty}$ — cette abréviation sera employée continuellement dans notre travail. Le calcul des abscisses par la formule (22) ne présente en principe aucune difficulté, puisque toutes les sommes infinies de cette formule figurent dans les tables numériques de M. Bonder [21]). Mais, dans chaque cas particulier, le calcul direct des valeurs numériques de l'expression (22) serait extrêmement laborieux — même si l'on se bornait aux intervalles de 10^0 de l'angle ϑ. Pour adapter toute la méthode aux exigences pratiques nous avons calculé les tables numériques auxiliaires (tables I, II, III — pages 46, 50, 57) qui permettent d'exécuter très rapidement le reste des calculs. Les tables représentent les trois quantités $(-\xi_1)$, ξ_2 et $(-\xi_3)$ en fonction des paramétres D, E, les coefficients étant calculés à 0,00001 près. Pour l'argument ϑ on a choisi l'intervalle 5^0 ce qui permet de tracer le profil d'une manière très précise. Quant aux angles β et γ, nous nous sommes bornés à l'intervalle 10^0 qui est suffisamment petit; en effet, si l'on augmente un de ces angles de 10^0, il en résulte un déplacement horizontal du point g ou h (fig. 5) ne dépassant pas $0{,}17a$ c. à. d. 5% environ de la longueur totale du profil.

Il faut remarquer qu'il n'était point nécessaire de calculer séparément les tables des ξ_1, ξ_2 et ξ_3. En effet, si l'on examine la formule (22), on aperçoit qu'elle contient, outre les paramètres D et E, seulement les trois quantités λ, φ_0 et φ_1. Faisons changer les angles χ et ψ de manière que leur différence reste inaltérée; alors λ ne changera pas tandis que les angles φ_0 et φ_1 obtiendrons les accroissements égaux. Donc, la nouvelle table des ξ sera identique à la précédente; il ne faudra que déplacer convenablement toute la colonne de ϑ. Ceci est particulièrement important par rapport à la table II; nous y trouvons, pour chaque valeur de la somme $(\beta + \gamma)$, une seule colonne des ξ et plusieurs colonnes de ϑ. Les autres détails des tables n'exigent pas d'explications. Il faut dire seulement quelques mots sur la signification du symbole β' qui remplace β dans la table I.

Il s'agit d'une généralisation simple de nos formules. Elles peuvent être appliquées, sans aucune modification, dans le cas où le profil possède une partie plane du côté infé-

[21]) L. c., p. 30—35.

rieur (fig. 7). Il suffit d'imaginer que l'extrémité g' de l'arc 1 ne se confonde pas avec l'origine g de l'arc 2, ces points étant réunis par un segment rectiligne parallèle à l'axe des x. Comme ce segment possède une ordonnée constante, il n'y aura aucune modification dans la formule (16); il faudra seulement introduire $(-\beta')$ au lieu de $(-\beta)$, comme

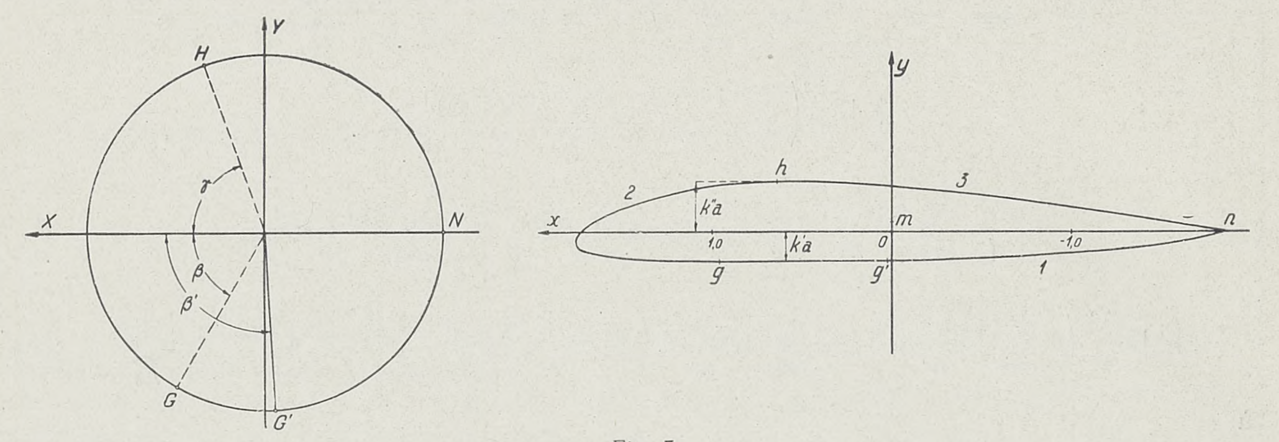


Fig. 7

la limite supérieure d'intégration pour ξ_1. Si le profil ne contient pas le segment $g'g$, on pose simplement $\beta' = \beta$. La famille de nos profils ainsi généralisée admet 9 paramètres au lieu de 8.

Le calcul des ordonnées y suivant les formules (13) est tout à fait simple. Tout de même, il sera bien avantageux d'utiliser les tables auxiliaires IV, V, VI (pages 59, 61, 64) dont l'emploi n'exige aucunes explications.

En utilisant les tables I — VI, on réduit le calcul des coordonnées du profil à quelques opérations arithmétiques les plus simples. Il est commode de fixer le schème de ce calcul ce que nous avons fait sur les pages 23—24. On y trouve le calcul complet des profils représentés sur les figures 5 et 7. Ces profils ne se distinguent point par leurs propriétés aérodynamiques; ce ne sont que les exemples qui seront utiles pour la discussion qui suivra. Il faut ajouter que les paramètres de ces profils ne sont pas choisis tout à fait arbitrairement. Ils vérifient deux relations dont l'une exprime la condition d'existence de la pointe et l'autre caractérise les profils à centre de poussée fixe. Ces deux relations seront établies dans les §§ 3 et 4.

§ 2. Discussion des arcs composants.

D'après les formules (1) et (10), l'ordonnée y est représentée dans chaque intervalle particulier par la fonction typique suivante:

$$\frac{y}{a} = C + K \cdot F(t) = C + Kt^2 \, [3 - 2t + (1-t)^2 \, (D + Et)], \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

t étant défini par la relation (8). Quant à l'abscisse x, elle s'exprime dans tous les trois intervalles par la formule unique (16) dont les éléments ξ_1, ξ_2, ξ_3 s'expriment à leur tour par (22). La forme de (22) est tellement compliquée que la discussion générale des variations de x présente les difficultés presque insurmontables. Mais il faut remarquer que les termes complémentaires $K_1 \xi_1$, $K_2 \xi_2$, $K_3 \xi_3$ sont en général petits par rapport au terme principal $2 \cos \vartheta$. (La fig. 8 représente les diagrammes de ces quatre termes correspondantes au profil de la fig. 5). Par conséquent, l'abscisse x croît constamment dans l'intervalle $(-\pi, -\beta')$; elle atteint un seul maximum dans l'intervalle $(-\beta, \gamma)$; elle décroît enfin

Profil représenté sur la fig. 5.

$\beta = \beta' = 50^0$; $\gamma = 70^0$;

$D_1 = 14$; $D_2 = -2$; $D_3 = 2$; $k' = 0{,}2$;

$E_1 = -36{,}776$; $E_2 = 0$; $E_3 = 0$; $k'' = 0{,}381$.

ϑ^0	$2\cos\vartheta$	$-k'\xi_1$	$+(k'+k'')\xi_2$	$-k''\xi_3$	$\frac{x}{a}$	$\frac{y}{a}$	η_1 η_2 η_3
— 180	— 2,00000	0,00470	0,12109	0,00869	— 1,866	0	0
— 170	— 1,96962	0,02630	0,12302	— 0,01126	— 1,832	— 0,015	0,07302
— 160	— 1,87938	0,03196	0,12344	— 0,02392	— 1,748	— 0,041	0,20502
— 150	— 1,73206	0,02243	0,12238	— 0,03902	— 1,626	— 0,061	0,30619
— 140	— 1,53208	0,00698	0,11982	— 0,04922	— 1,455	— 0,070	0,34774
— 130	— 1,28558	— 0,00266	0,11569	— 0,05763	— 1,230	— 0,064	0 32215
— 120	— 1,00000	— 0,00449	0,10994	— 0,06451	— 0,959	— 0,050	0,25895
— 110	— 0,68404	— 0,00937	0,10241	— 0,07008	— 0,661	— 0,040	0,19910
— 100	— 0,34730	0,03191	0,09296	— 0,07445	— 0,297	— 0,037	0,18666
— 90	0	0,06677	0,08135	— 0,07771	0,070	— 0,051	0,25442
— 80	0,34730	0,09308	0,06711	— 0,07995	0,428	— 0,082	0,41171
— 70	0,68404	0,10256	0,04979	— 0,08119	0,755	— 0,128	0,63995
— 60	1,00000	0,08590	0,02838	— 0,08145	1,033	— 0,177	0,88276
— 50	1,28558	0,04708	0,00078	— 0,08075	1,253	— 0,200	1 / 0
— 40	1,53208	0,02329	— 0,03742	— 0,07907	1,439	— 0,195	0,00802
— 30	1,73206	— 0,00857	— 0,08241	— 0,07638	1,565	— 0,179	0,03552
— 20	1,87938	— 0,00232	— 0,12964	— 0,07264	1,675	— 0,150	0,08593
— 10	1,96962	— 0,01075	— 0,17458	— 0,06776	1,717	— 0,107	0,16054
0	2,00000	— 0,01759	— 0,21272	— 0,06163	1,708	— 0,050	0,25804
10	1,96962	— 0,02308	— 0,23975	— 0,05413	1,653	0,018	0,37500
20	1,87938	— 0,02750	— 0,25192	— 0,04502	1,555	0,094	0,50564
30	1,73206	— 0,03113	— 0,24633	— 0,03401	1,421	0,173	0,64194
40	1,53208	— 0,03401	— 0,22144	— 0,02064	1,256	0,249	0,77338
50	1,28558	— 0,03618	— 0,17768	— 0,00146	1,070	0,316	0,88732
60	1,00000	— 0,03776	— 0,11886	0,01696	0,860	0,363	0,96862
70	0,68404	— 0,03872	— 0,05622	0,04658	0,636	0,381	1
80	0,34730	— 0,03955	— 0,01461	0,09168	0,385	0,367	0,96304
90	0	— 0,03888	0,01532	0,13274	0,109	0,329	0,86308
100	— 0,34730	— 0,03811	0,04593	0,16122	— 0,178	0,281	0,73872
110	— 0,68404	— 0,03671	0,05797	0,17468	— 0,488	0,226	0,59240
120	— 1,00000	— 0,03467	0,07369	0,17330	— 0,788	0,170	0,44506
130	— 1,28558	— 0,03192	0,08666	0,15896	— 1,072	0,118	0,30906
140	— 1,53208	— 0,02823	0,09727	0,13449	— 1,322	0,074	0,19340
150	— 1,73206	— 0,02472	0,10575	0,10340	— 1,548	0,040	0,10460
160	— 1,87938	— 0,01734	0,11259	0,06951	— 1,715	0,014	0,03748
170	— 1,96962	— 0,00893	0,11764	0,03665	— 1,824	0,004	0,00964
180	— 2,00000	0,00470	0,12109	0,00869	— 1,866	0	0

Profil représenté sur la fig. 7.

$\beta' = 90^0$; $\beta = 60^0$; $\gamma = 70^0$.

$D_1 = 3$; $D_2 = -2,5$; $D_3 = 0$; $k' = 0,164$;

$E_1 = -2,888$; $E_2 = 0$; $E_3 = 0$; $k'' = 0,280$.

ϑ^0	$2\cos\vartheta$	$-k'\xi_1$	$+(k'+k'')\xi_2$	$-k''\xi_3$	$\frac{x}{a}$	$\frac{y}{a}$	η_1 η_2 η_3
— 180	— 2,00000	0,02933	0,09232	0,02031	— 1,858	0	0
— 170	— 1,96962	0,05327	0,09354	0,00209	— 1,821	— 0,010	0,06042
— 160	— 1,87938	0,07111	0,09363	— 0,01129	— 1,726	— 0,032	0,19663
— 150	— 1,73206	0,07955	0,09256	— 0,02192	— 1,582	— 0,059	0,35986
— 140	— 1,53208	0,07979	0,09035	— 0,03058	— 1,393	— 0,086	0,52166
— 130	— 1,28558	0,07392	0,08690	— 0,03772	— 1,162	— 0,110	0,66808
— 120	— 1,00000	0,06364	0,08220	— 0,04360	— 0,898	— 0,130	0,79381
— 110	— 0,68404	0,05002	0,07611	— 0,04840	— 0,606	— 0,147	0,89632
— 100	— 0,34730	0,03364	0,06847	— 0,05225	— 0,297	— 0,159	0,96992
— 90	0	0,01636	0,05908	— 0,05525	0,020	— 0,164	1
— 80	0,34730	0,00465	0,04759	— 0,05744	0,342	— 0,164	
— 70	0,68404	— 0,00384	0,03342	— 0,05889	0,655	— 0,164	
— 60	1,00000	— 0,01056	0,02567	— 0,05960	0,956	— 0,164	0
— 50	1,28558	— 0,01603	— 0,00853	— 0,05960	1,201	— 0,162	0,00420
— 40	1,53208	— 0,02054	— 0,03812	— 0,05889	1,415	— 0,155	0,02133
— 30	1,73206	— 0,02428	— 0,07107	— 0,05744	1,579	— 0,139	0,05693
— 20	1,87938	— 0,02737	— 0,10463	— 0,05525	1,692	— 0,114	0,11235
— 10	1,96962	— 0,02988	— 0,13449	— 0,05225	1,753	— 0,080	0,18995
0	2,00000	— 0,03158	— 0,16172	— 0,04840	1,758	— 0,036	0,28800
10	1,96962	— 0,03337	— 0,17931	— 0,04360	1,713	0,015	0,40320
20	1,87938	— 0,03444	— 0,18745	— 0,03772	1,620	0,071	0,52995
30	1,73206	— 0,03508	— 0,18009	— 0,03058	1,486	0,129	0,66075
40	1,53208	— 0,03530	— 0,16039	— 0,02192	1,314	0,184	0,78653
50	1,28558	— 0,03511	— 0,12741	— 0,01129	1,112	0,233	0,89393
60	1,00000	— 0,03451	— 0,08393	0,00209	0,884	0,267	0,97060
70	0,68404	— 0,03348	— 0,03803	0,02031	0,633	0,280	1
80	0,34730	— 0,03200	0,00742	0,04716	0,370	0,273	0,97671
90	0	— 0,03006	0,01469	0,07431	0,059	0,256	0,91285
100	— 0,34730	— 0,02761	0,03024	0,09724	— 0,247	0,229	0,81743
110	— 0,68404	— 0,02457	0,04623	0,11360	— 0,549	0,196	0,69947
120	— 1,00000	— 0,02091	0,05783	0,12209	— 0,841	0,159	0,56799
130	— 1,28558	— 0,01648	0,06738	0,12209	— 1,113	0,121	0,43201
140	— 1,53208	— 0,01114	0,07519	0,11360	— 1,354	0,084	0,30053
150	— 1,73206	— 0,00464	0,08144	0,09724	— 1,558	0,051	0,18257
160	— 1,87938	0,00345	0,08632	0,07431	— 1,715	0,024	0,08715
170	— 1,96962	0,01395	0,08993	0,04716	— 1,819	0,007	0,02329
180	— 2,00000	0,02933	0,09232	0,02031	— 1,858	0	0

constamment dans l'intervalle (γ, π). Ces propriétés de l'abscisse sont évidemment indispensables pour que le profil ait une forme „raisonnable". On pourrait donc demander, quelles sont les conditions nécessaires et suffisantes afin que l'abscisse conserve ces propriétés. Or, nous devons laisser de côté ce problème qui conduit aux calculs excessivement difficiles. Nous nous bornons à remarquer que cette question n'amène, en général,

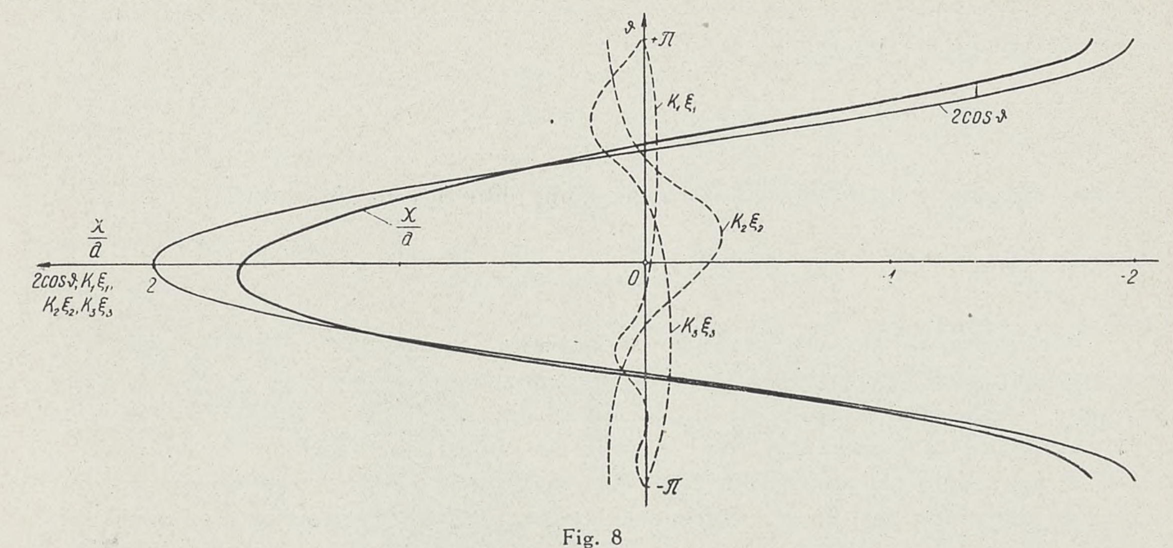


Fig. 8

aucune difficulté pratique, si l'on tient compte seulement des relations qui seront établies dans le § 3. Nous allons étudier maintenant en détail les variations de y ce qui permettra de tirer les conclusions suffisantes concernant la forme des arcs particuliers du profil.

Il s'agit donc de discuter la fonction (24). Il suffira de poser $C = 0$, $K = 1$, car C ne désigne qu'un déplacement du diagramme tandis que K détermine l'échelle des ordonnées. Nous étudierons donc la fonction

$$F(t) = t^2[3-2t+(1-t)^2(D+Et)] = (3+D)t^2-(2+2D-E)t^3+(D-2E)t^4+Et^5, \qquad (10)$$

en supposant que t varie dans l'intervalle $(0, 1)$.

D'après (8) le diagramme de la fonction (10) est une courbe passant toujours par les points 0 et A (fig. 9). La tangente au point 0 est l'axe t, et la tangente au point A est parallèle à cet axe. Outre ces deux points, la courbe possède encore deux autres extrema G et H. Plusieurs cas sont à distinguer: il peut arriver que G et H se trouvent tous les deux dans l'intervalle $(0, 1)$ ou bien en dehors de cet intervalle; mais ou peut choisir aussi les paramètres D et E de manière que G par exemple appartienne à cet intervalle tandis que H soit situé au dehors. Enfin, G et H peuvent être imaginaires. Il faut mentionner aussi les cas intermédiaires: G et H ce confondent, ou bien un de ces points se confond avec 0 ou A. D'autre part, la branche $0A$ de notre courbe peut être renfermée tout entière à l'intérieur du rectangle $0A'AA''$ ou bien franchir les côtés $0A'$ ou AA''. Pour étudier tous les cas possibles, considérons le système rectangulaire des coordonnées D, E (fig. 10). A chaque point du plan D, E, c. à. d. à chaque couple des valeurs des paramètres, correspond une courbe déterminée du type de la fig. 9. Nous essayerons de diviser le plan D, E en domaines convenablement choisis dont chacun représentera un cas du type général.

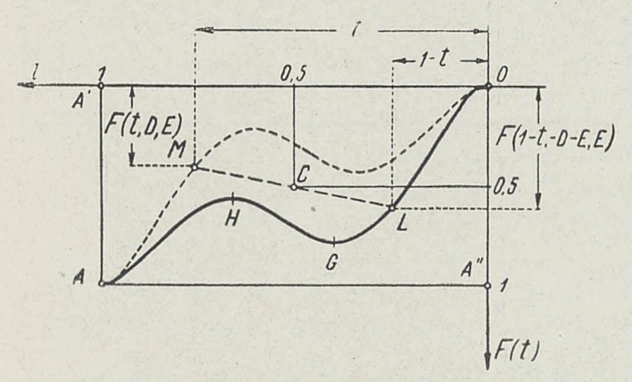


Fig. 9

Nous allons traiter, pour un instant, la fonction (10) comme la fonction de trois variables t, D, E; nous écrirons donc:

$$F(t, D, E) = t^2[3-2t+(1-t)^2(D+Et)] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

Considérons encore la fonction:

$$F(1-t, -D-E, E) = (1-t)^2[1+2t+t^2(-D-Et)] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

et ajoutons membre à membre (25) et (26). Nous obtiendrons l'identité:

$$F(t, D, E) + F(1-t, -D-E, E) = 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

L'interprétation de cette identité est suivante. Construisons deux courbes $F(t)$ dont l'une correspond aux paramètres (D, E) et l'autre—aux paramètres $(-D-E, E)$; choisissons sur la première courbe (fig. 9) un point quelconque M possédant les coordonnées t et $F(t, D, E)$. L'autre courbe devra passer alors par le point L dont les coordonnées sont $(1-t)$ et $[1-F(t, D, E)]$ et qui est symétrique à M par rapport au centre C du rectangle. Par conséquent, les deux courbes sont congruentes et disposées symétriquement par rapport à C. Dans le cas particulier, si

$$E = -2D, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

les deux courbes se confondent. La relation (28) caractérise donc les courbes pour lesquelles C est le centre de symétrie. Sur la fig. 10, cette relation est représentée par la droite l. Considèrons sur la fig. 10 deux points dont les coordonnées sont respectivement (D, E) et $(-D-E, E)$, c. à d. les points obliquement symétriques par rapport à l; les deux courbes correspondantes tracées sur la fig. 9 seront symétriques par rapport au centre C. Il en résulte immédiatement que tout le schème de la fig. 10 admettra la droite l comme axe de symètrie oblique.

La dérivée première de la fonction (10) par rapport à t s'écrit:

$$F'(t) = (6+2D)t - (6+6D-3E)t^2 + (4D-8E)t^3 + 5Et^4 =$$
$$= t(1-t)[(6+2D)-(4D-3E)t-5Et^2]; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

elle possède donc toujours les deux racines $t=0$ et $t=1$ et encore deux racines supplémentaires correspondant aux points G et H (fig. 9) que l'on peut déterminer en résolvant l'équation du second degré:

$$5Et^2 + (4D-3E)t - (6+2D) = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

Ces racines sont réelles et distinctes, réelles et égales ou imaginaires suivant les cas où le discriminant

$$(4D-3E)^2 + 20E(6+2D)$$

est plus grand, égal ou moindre que zéro. Relativement à ces cas nous obtenons sur la fig. 10 les points extérieurs à la courbe e, les points situés sur cette courbe ou les points intérieurs; l'équation de e est suivante:

$$16D^2 + 16DE + 9E^2 + 120E = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

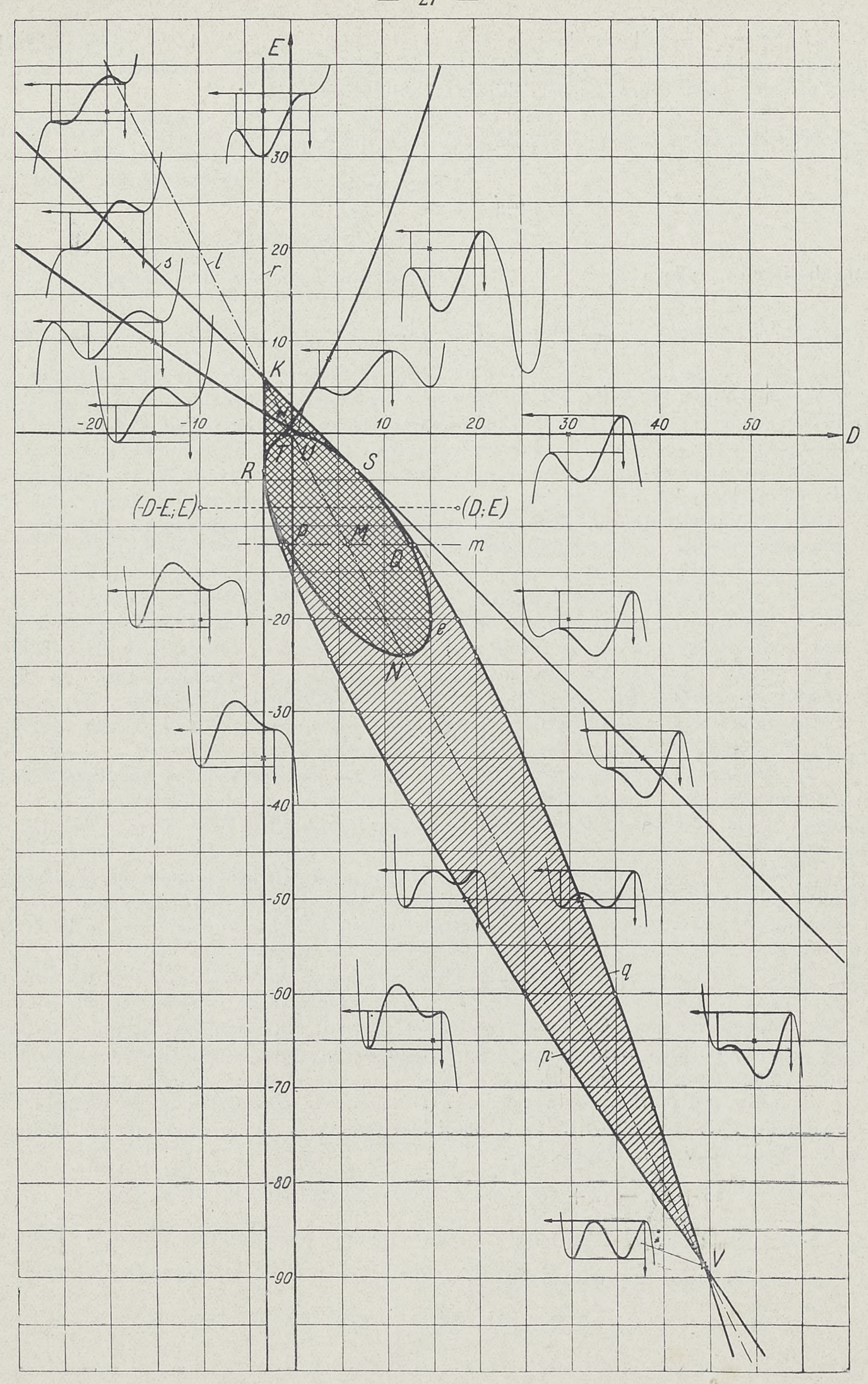

E
D
K
R
T
U
S
P
M
Q
N
V
m
s
l
r
q
p
e
(-D-E; E)
(D; E)
-20
-10
10
20
30
40
50
-30
-40
-50
-60
-70
-80
-90

Fig. 10

La courbe e est une ellipse dont le centre est $M(D=6,\ E=-12)$ et qui possède les diamètres conjugués ON et PQ[22]). Le diamètre ON est situé sur la droite l; celle-ci est donc l'axe de symétrie oblique de l'ellipse ce qui était à prévoir.

A chaque point de la courbe e correspond une courbe $F(t)$ possédant une tangente d'inflexion parallèle à l'axe t; l'abscisse du point d'inflexion est:

$$t_{mn} = 0{,}3 - 0{,}4\,\frac{D}{E} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (32)$$

Cette abscisse est nulle, si $E = \frac{4}{3}D$, ce qui a lieu pour le point R de l'ellipse[23]); $t_{mn} = \frac{1}{2}$, si $E = -2D$ (le point N de l'ellipse); $t_{mn} = 1$, si $E = -\frac{7}{4}D$ (le point S de l'ellipse)[24]); enfin $t_{mn} = \pm\infty$, si $E = 0$ (le point 0 de l'ellipse). Nous observons que, lorsqu'on suit l'arc RNS de l'ellipse, le point d'inflexion sur la fig. 9 se déplace de O vers A Par contre, si l'on suit l'arc SOR, le point d'inflexion se trouve à l'extérieur de l'intervalle (0, 1), Nous en concluons ce qui suit. Lorsqu'on franchit l'arc RNS de l'ellipse, la courbe $F(t)$ obtient un maximum et un minimum supplémentaire dans l'intervalle (0, 1); mais il n'est pas de même, lorsqu'on franchit l'arc SOR. Il y donc nécessairement dans le plan D, E un certain domaine contigu à SOR qui représente encore les courbes ne possédant les extrema supplementaires dans l'intervalle (0, 1). Nous prouverons facilement que ce domaine aura pour frontières les deux lignes suivantes: 1) le lieu geométrique des points pour lesquels la dérivée (29) admet la racine supplémentaire $t=0$; c'est la ligne $D=-3$, c. à. d. la droite r qui est tangente à l'ellipse au point R; 2) le lieu des points pour lesquels la derivée (29) admet la racine supplémentaire $t=1$; c'est la ligne $D+E=3$, c. à. d. la droite s qui est tangente à l'ellipse au point S Les deux droites r et s sont obliquement symétriques par rapport à l. Le domaine recherché est $KROSK$. Au segment KR correspondent les courbes $F(t)$ très aplaties au voisinage de 0 (fig. 9): par contre, le segment KS donne les courbes très aplaties au voisinage de A.

En résumant les raisonnements précédents, nous concluons que les courbes $F(t)$ ne restent monotones dans l'intervalle $0 < t < 1$ que pour les couples des valeurs D, E correspondant à la surface doublement hachurée sur la fig 10. Tout le reste du plan est divisé en plusieurs domaines par les prolongements des segments KR et KS ainsi que par l'axe horizontal D. La marche typique de la courbe pour chaque domaine est représentée à l'aide d'un petit diagramme (les points correspondants du plan D, E sont marqués par les astérisques). Parmi ces domaines extérieurs, il faut indiquer spécialement celui-ci qui est limité par l'arc RNS de l'ellipse et par les parties voisines des droites r et s. Les courbes $F(t)$ correspondantes aux points intérieurs de ce domaine possèdent toujours un minimum pour $t=0$, un maximum pour $t=1$ et encore deux extrema supplémentaires entre les deux précédents. Or, de telles courbes peuvent être comprises dans le rectangle $OA'AA''$ (fig. 9) ou bien franchir les côtes OA' et AA''. Nous allons délimiter ces deux cas sur le diagramme de la fig. 10.

Supposons d'abord que la courbe $F(t)$ touche le côté OA' pour la seconde fois. Les équations $F(t)=0$ et $F'(t)=0$ possèdent donc une racine commune t_m différente de zéro. Nous trouverons d'après (10):

$$(3+D) - (2+2D-E)\,t_m + (D-2E)\,t_m^2 + E t_m^3 = 0 \quad \ldots\ldots \quad (33)$$

---

22) Coordonnées de N: $D=12$, $E=-24$.
„ „ P: $D=6-3\sqrt{5}$, $E=-12$.
„ „ Q: $D=6+3\sqrt{5}$, $E=-12$.

23) „ „ R: $D=-3$, $E=-4$.

24) „ „ S: $D=7$, $E=-4$.

et d'après (29):

$$(6+2D)-(4D-3E)\,t_m-5Et_m^2=0. \qquad (34)$$

Il suffit d'éliminer t_m des équations (33) et (34) pour obtenir la relation cherchée entre D et E. Le calcul peut être effectué le plus simplement de la façon suivante. Éliminons d'abord les termes constants; nous obtiendrons:

$$t_m\,[(4+E)-(2D+E)\,t_m-2Et_m^2]=0.$$

Mais $t_m \neq 0$, donc l'équation obtenue se réduit á:

$$(4+E)-(2D+E)\,t_m-2Et_m^2=0. \qquad (35)$$

Éliminons maintenant t_m^2 de (34) et (35); il viendra:

$$t_m=\frac{8-4D+5E}{2D+11E} \qquad (36)$$

En introduisant enfin (36) dans (34), nous trouverons:

$$4D^3+12D^2E+12DE^2+4E^3-4D^2+28DE+59E^2-32E=0. \qquad (37)$$

ou bien:

$$4(D+E)^3-4(D+E)^2+36E(D+E)+27E^2-32E=0. \qquad (37')$$

Cette équation représente la courbe p (fig. 10). Lorsqu'on y remplace $(D+E)$ par $(-D)$ on obtient une nouvelle équation:

$$4D^3+4D^2+36DE-27E^2+32E=0. \qquad (38)$$

représentant la courbe q obliquement symétrique à p par rapport à l'axe l. Pour construire cette courbe, on met (38) sous la forme:

$$E=\frac{9D+8\pm\sqrt{(3D+4)^3}}{13{,}5} \qquad (38')$$

Les courbes $F(t)$ correspondant aux points de q touchent pour la seconde fois la droite $A'A''$ (fig. 9), l'abscisse du point de contact étant:

$$t_n=1-\frac{8+4(D+E)+5E}{-2(D+E)+11E}=\frac{8+6D}{2D-9E} \qquad (39)$$

La courbe q touche l'ellipse e aux points S et O (contact du premier ordre); elle possède un point de rebroussement $T\left(D=-\dfrac{4}{3},\ E=-\dfrac{8}{27}\right)$ qui appartient aussi à l'ellipse. La partie SOT de la courbe q est située à l'extérieur de l'ellipse, mais les distances sont

très petites; ainsi, les deux courbes semblent se confondre sur notre fig. 10. L'allure de la courbe p est analogue à celle de q; le point de rebroussement est $U\left(D=\frac{44}{27}, E=-\frac{8}{27}\right)$.



Fig. 11

Les courbes p et q ont un contact du premier ordre en 0; de plus, elles se coupent aux points W et V[25]). Il suffira pour nos buts d'envisager les arcs RV et SV de ces courbes. Le domaine simplement hachuré, délimité par ces deux arcs et l'arc ANS de l'ellipse, est caractéristique pour les courbes $F(t)$ comprises entièrement à l'intérieur du rectangle $OA'AA''$ (fig. 9) et présentant dans ce rectangle un maximum et un minimum supplémentaire.

La discussion précédente permet de prévoir la forme générale de chaque arc particulier, lorsqu'on a choisi ou trouvé un couple quelconque des valeurs des paramètres D, E (ou bien un point du diagramme représenté sur la fig. 10). De plus, nous pouvons établir certaines conditions nécessaires concernant les arcs particuliers. Ainsi, pour l'arc 2 (fig. 5 — l'arc gh) les extrema supplémentaires dans l'intervalle $0 < t < 1$ sont évidemment inadmissibles; par suite, le point D_2, E_2 doit être situé dans le domaine doublement hachuré sur la fig. 10. La même condition est valable en général pour le point D_3, E_3; pourtant, les exceptions peuvent se présenter quelquefois. Quant à l'arc 1, il peut avoir un maximum et un minimum supplémentaire. Mais il ne franchit jamais la tangente horizontale inférieure du profil; nous pouvons exclure aussi le cas d'intersection de cet arc avec l'axe x, car ceci ne peut avoir lieu que pour les profils fort incurvés qui peuvent être laissés de côté dans notre travail. Le point D_1, E_1 sera situé donc dans le domaine simplement ou doublement hachuré sur la fig. 10.

Dans chaque cas particulier, il faut songer que l'arc du profil s'aplatit au voisinage de son origine ($t = 0$) quand le point D, E s'approche de la droite r; la droite s joue le rôle inverse.

Pour faciliter le choix des paramètres nous avons dressé la table des diagrammes $F(t)$ représentée sur la fig. 11. Elle contient les diagrammes correspondant aux plusieurs points du domaine hachuré de la fig. 10; en particulier, la première colonne (à gauche) se rapporte à la frontière r, p, la cinquième — à la frontière s, q, la troisième — à l'axe l. Les colonnes deuxième et quatrième corespondent aux deux suites des points intermédiaires. La table peut servir pour trouver les valeurs approximatives des paramètres D, E de manière que les extrema supplémentaires de la fonction possédent les valeurs imposées d'avance.

La discussion ci-dessus n'est pas complète autant que nous n'avons pas fait attention aux points infiniment éloignés du plan D, E. Pour étudier ce cas, il suffira de considérer — au lieu de (10) — la fonction plus simple suivante (sans terme constant):

$$F(t) = t^2(1-t)^2(D+Et) = Dt^2 - (2D-E)t^3 + (D-2E)t^4 + Et^5. \quad . \quad . \quad (40)$$

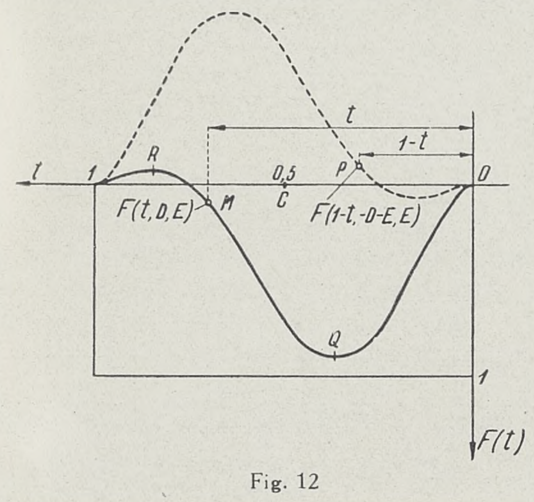


Fig. 12

En comparaison avec (10), nous constatons ici une différence essentielle: il y a $F(1) = 0 = F(0)$, c. à. d. les ordonnées extrêmes de l'arc correspondant sont égales (fig. 12). Une telle fonction est évidemment inadmissible pour l'arc 2 et 3, mais elle peut être utile quelquefois pour l'arc 1 et particulièrement pour les arcs supplémentaires (lorsque le profil est composé d'un nombre d'arcs plus grand que trois).

L'allure de la courbe correspondant à la fonction (40) ne dépend que du quotient $\frac{D}{E} = j$, car l'échelle des ordonnées est sans importance. Il s'agit donc d'une famille de courbes à un seul paramètre variable. Pour représenter les résultats

---

[25]) Coordonnées de W: $D = 22 - 10\sqrt{5} \simeq -0{,}371$; $E = -44 + 20\sqrt{5} \simeq 0{,}742$.

" " V: $D = 22 + 10\sqrt{5} \simeq 44{,}371$; $E = -44 - 20\sqrt{5} \simeq -88{,}742$.

de la discussion nous pourrons employer pourtant le plan D, E; à chaque valeur de j correspond dans ce plan une droite issue de l'origine (fig. 13).

L'identité (27) doit être remplacée maintenant par la suivante:

$$F(t, D, E) + F(1-t, -D-E, E) = 0. \quad (41)$$

Si l'on considère deux courbes dont l'une correspond aux paramètres (D, E) et l'autre — aux paramètres $(-D-E, E)$, ces deux courbes sont congruentes et symétriques par rapport au point C situé sur l'axe t (fig. 12). Le schème de la fig. 13 admet ainsi encore une fois l'axe de symétrie oblique $E = -2D$.

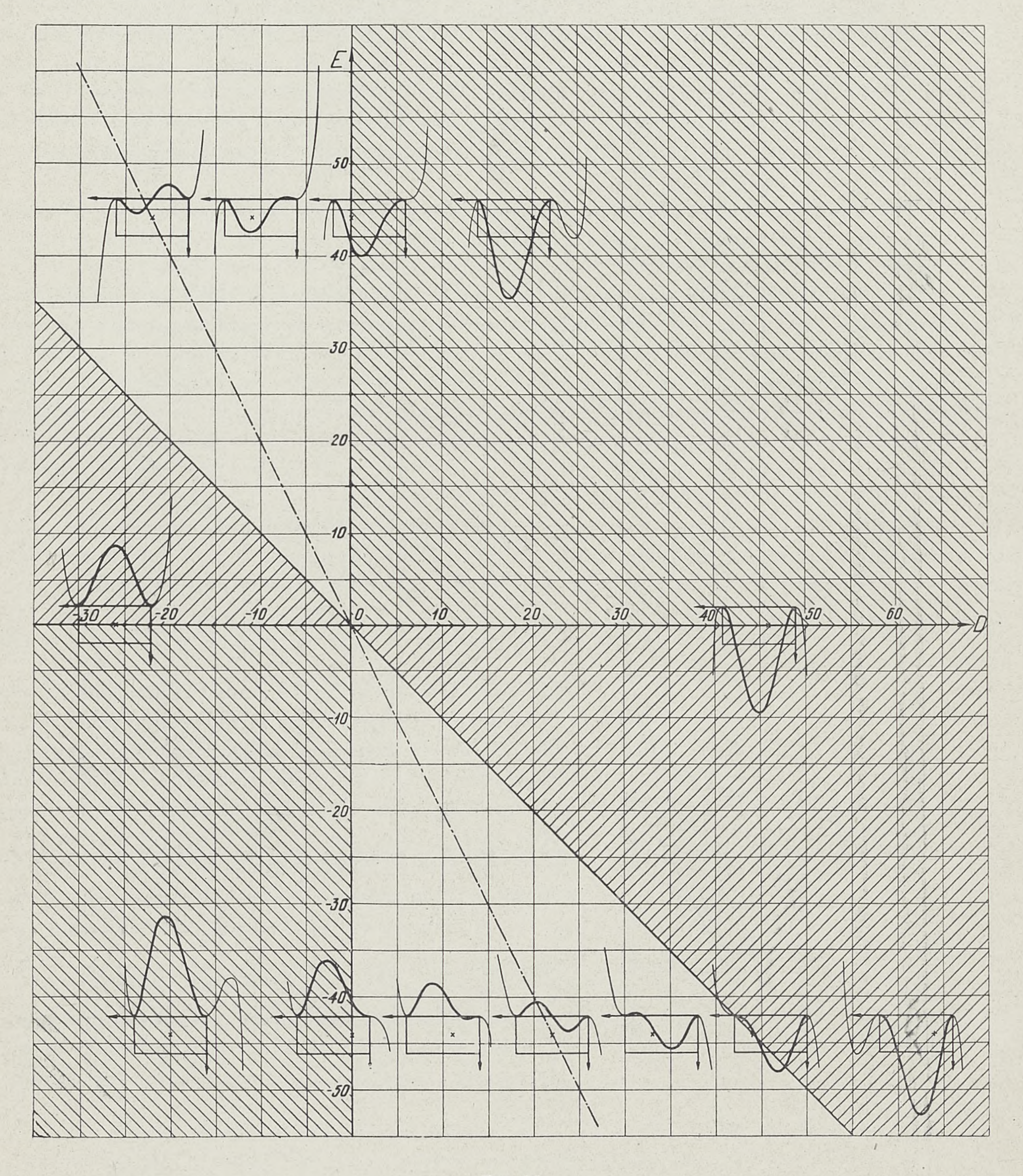


Fig. 13

La dérivée de la fonction (40) par rapport à t s'écrit:

$$F'(t) = 2Dt - (6D - 3E)\,t^2 + (4D - 8E)\,t^3 + 5Et^4 = t\,(1-t)\,[2D - (4D - 3E)\,t - 5Et^2]; \qquad (42)$$

cette dérivée possède deux racines $t = 0$ et $t = 1$ et encore deux autres vérifiant l'équation:

$$5Et^2 + (4D - 3E)\,t - 2D = 0, \qquad (43)$$

ou bien:

$$5t^2 + (4j - 3)\,t - 2j = 0. \qquad (43')$$

En résolvant cette équation, on obtient:

$$t_{m,n} = 0{,}3 - 0{,}4j \pm 0{,}1\,\sqrt{16j^2 + 16i + 9}. \qquad (44)$$

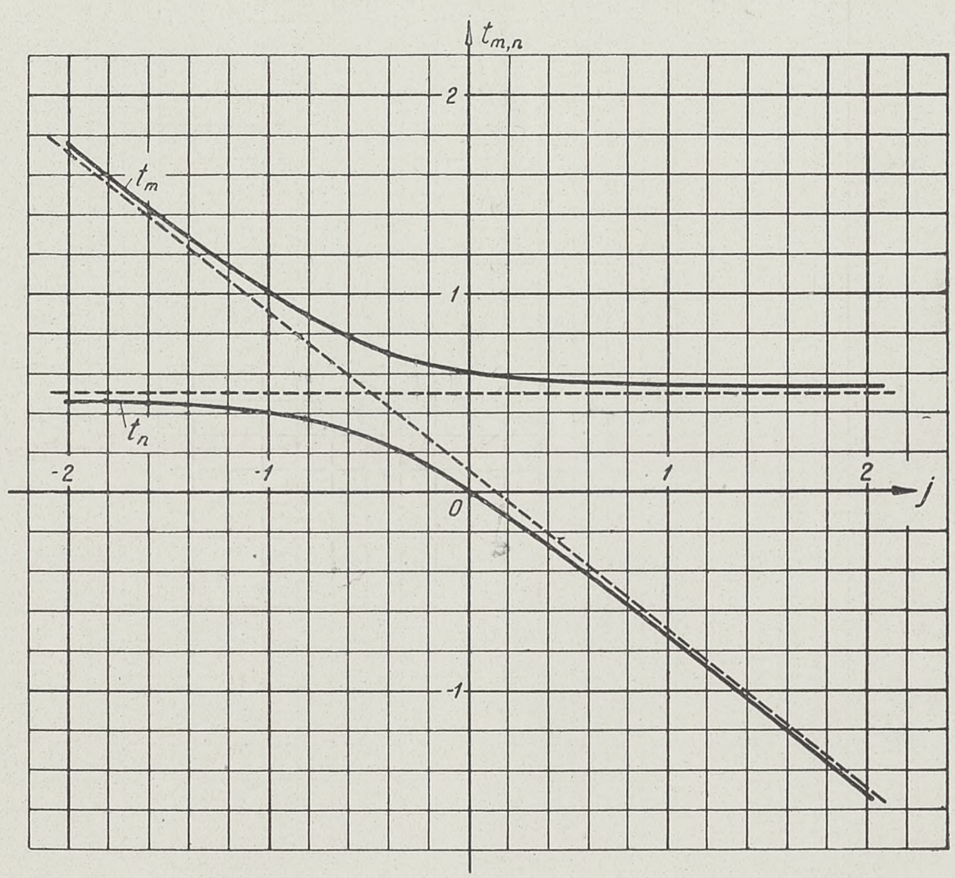


Fig. 14

Les racines t_m et t_n sont toujours réelles et distinctes. Une au moins appartient à l'intervalle $0 < t < 1$ tandis que l'autre peut obtenir les valeurs quelconques, à l'intérieur ou à l'extérieur de cet intervalle. Les cas intermédiaires s'obtiennent pour $j = 0$ (c. à. d. $D = 0$) et pour $j = -1$ (c. à. d. $E = -D$).

Sur la fig. 13, les domaines non hachurés se rapportent aux courbes $F(t)$ coupant l'axe t dans l'intervalle $0 < t < 1$ $\left(\text{pour } t = -j = -\dfrac{D}{E}\right)$ et possédant un maximum et un minimum dans cet intervalle. Au contraire, les courbes correspondant aux domaines hachurés présentent un seul extremum dans cet intervalle, et leur point d'intersection avec l'axe t est situé au dehors.

Pour faciliter le choix des paramètres D, E, nous avons construit deux diagrammes qui sont reproduits sur les fig. 14 et 15. Le premier diagramme représente t_m et t_n en

fonction de j suivant (44); l'autre donne les valeurs de $F(t_m)$ et $F(t_n)$ en fonction de j suivant la formule:

$$F(t_{m,n}) = 0{,}064E\,[(64j^5 + 160j^4 + 110j^3 + 5j^2 + 45j + 27) \mp$$
$$\mp (16j^4 + 32j^3 + 9j^2 - 7j - 9)\sqrt{16j^2 + 16j + 9}] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (45)$$

Il faut remarquer que les tables numériques I — VI peuvent servir aussi dans le cas, où la fonction (10) est remplacée par (40); on doit évidemment négliger les termes constants des trinômes et ne retenir que les termes contenant les paramètres D et E. Dans chaque cas particulier, il faut chercher dans les tables la colonne correspondante à la valeur juste de λ ainsi que la colonne juste de l'argument ϑ.

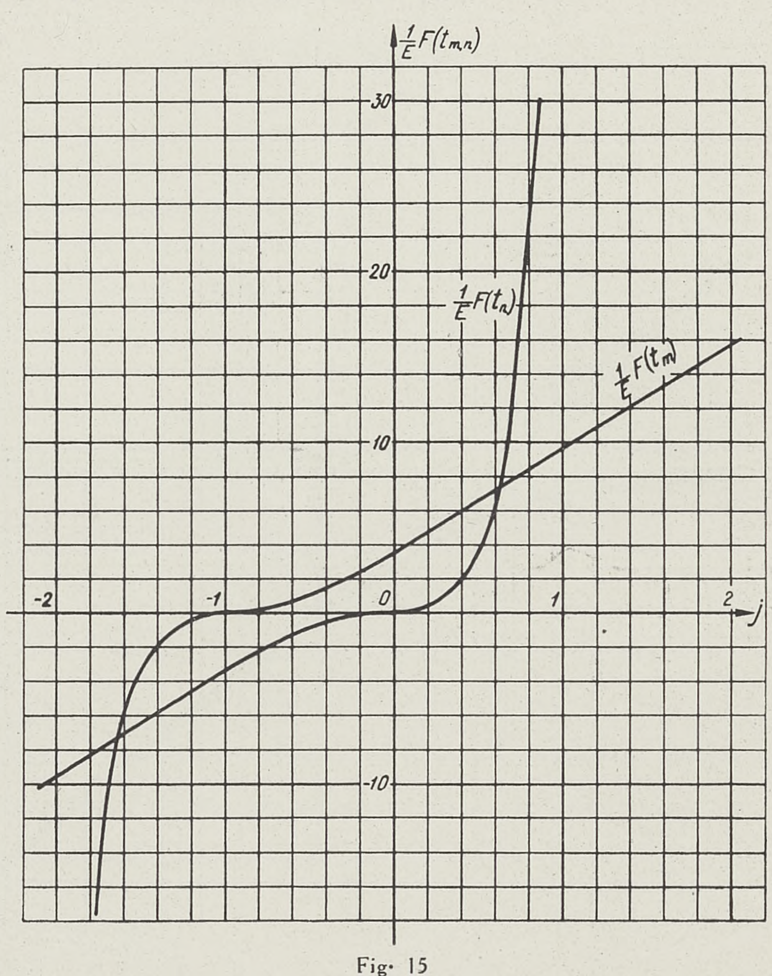


Fig. 15

§ 3. Condition d'existence de la pointe. Les tangentes à la pointe.

Nous avons établi déjà la condition générale (15) qui doit être remplie afin que le profil possède la pointe à n (fig. 5 et 7). Nous essayerons maintenant d'exprimer cette condition pour notre famille des profils de façon qu'il soit possible d'effectuer les calculs numériques nécessaires. Compte tenu de (16a), nous obtiendrons:

$$-k'\left[\frac{d\xi_1}{d\vartheta}\right]_{\vartheta=\pi} + (k'+k'')\left[\frac{d\xi_2}{d\vartheta}\right]_{\vartheta=\pi} - k''\left[\frac{d\xi_3}{d\vartheta}\right]_{\vartheta=\pi} = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46)$$

Or, les fonctions ξ_1, ξ_2, ξ_3 s'expriment toutes par la formule typique (22). En différentiant cette formule et en introduisant ensuite la valeur $\vartheta = \pi$, nous trouvons:

$$\left[\frac{d\xi}{d\vartheta}\right]_{\vartheta=\pi} = \frac{2\lambda^2}{\pi^3}\cdot\left\{\left[-3\left(\sum\frac{\sin n(\pi-\psi)}{n^2}+\sum\frac{\sin n(\pi-\chi)}{n^2}\right)+\right.\right.$$

$$+6\frac{\lambda}{\pi}\left(\sum\frac{\cos n(\pi-\psi)}{n^3}-\sum\frac{\cos n(\pi-\chi)}{n^3}\right)\right]+D\left[\left(\sum\frac{\sin n(\pi-\psi)}{n^2}-\sum\frac{\sin n(\pi-\chi)}{n^2}\right)-$$

$$-6\frac{\lambda}{\pi}\left(\sum\frac{\cos n(\pi-\psi)}{n^3}+\sum\frac{\cos n(\pi-\chi)}{n^3}\right)-12\frac{\lambda^2}{\pi^2}\left(\sum\frac{\sin n(\pi-\psi)}{n^4}-\sum\frac{\sin n(\pi-\chi)}{n^4}\right)\right]+$$

$$+E\left[\sum\frac{\sin n(\pi-\psi)}{n^2}-3\frac{\lambda}{\pi}\left(3\sum\frac{\cos n(\pi-\psi)}{n^3}-\sum\frac{\cos n(\pi-\chi)}{n^3}\right)-\right.$$

$$\left.\left.-12\frac{\lambda^2}{\pi^2}\left(3\sum\frac{\sin n(\pi-\psi)}{n^4}+2\sum\frac{\sin n(\pi-\chi)}{n^4}\right)+60\frac{\lambda^3}{\pi^3}\left(\sum\frac{\cos n(\pi-\psi)}{n^5}-\sum\frac{\cos n(\pi-\chi)}{n^5}\right)\right]\right\} \tag{47}$$

Il suffira d'introduire alternativement dans cette expressions les valeurs suivantes

$$\chi=-\pi, \qquad \psi=-\beta';$$

$$\chi=-\beta, \qquad \psi=\gamma;$$

$$\chi=\gamma, \qquad \psi=\pi;$$

il en résultera:

$$\left[\frac{d\xi_1}{d\vartheta}\right]_{\vartheta=\pi} = -q_1-r_1D_1-s_1E_1,$$

où:

$$\left.\begin{aligned}
q_1&=\frac{2\lambda_1^2}{\pi^3}\left\{3\sum\frac{\sin n(\pi+\beta')}{n^2}-6\frac{\lambda_1}{\pi}\left[\sum\frac{\cos n(\pi+\beta')}{n^3}-\sum\frac{1}{n^3}\right]\right\},\\
r_1&=\frac{2\lambda_1^2}{\pi^3}\left\{-\sum\frac{\sin n(\pi+\beta')}{n^2}+6\frac{\lambda_1}{\pi}\left[\sum\frac{\cos n(\pi+\beta')}{n^3}+\sum\frac{1}{n^3}\right]+12\frac{\lambda_1^2}{\pi^2}\sum\frac{\sin n(\pi+\beta')}{n^4}\right\},\\
s_1&=\frac{2\lambda_1^2}{\pi^3}\left\{-\sum\frac{\sin n(\pi+\beta')}{n^2}+3\frac{\lambda_1}{\pi}\left[3\sum\frac{\cos n(\pi+\beta')}{n^3}-\sum\frac{1}{n^3}\right]+\right.\\
&\left.+36\frac{\lambda_1^2}{\pi^2}\sum\frac{\sin n(\pi+\beta')}{n^4}-60\frac{\lambda_1^3}{\pi^3}\left[\sum\frac{\cos n(\pi+\beta')}{n^5}-\sum\frac{1}{n^5}\right]\right\};
\end{aligned}\right\} \tag{47$_1$}$$

ensuite:

$$\left.\begin{aligned}
&\left[\frac{d\xi_2}{d\vartheta}\right]_{\vartheta=\pi} = q_2-r_2D_2-s_2E_2,\\
&\text{où:}\\
q_2&=\frac{2\lambda_2^2}{\pi^3}\left\{-3\left[\sum\frac{\sin n(\pi-\gamma)}{n^2}+\sum\frac{\sin n(\pi+\beta)}{n^2}\right]+6\frac{\lambda_2}{\pi}\left[\sum\frac{\cos n(\pi-\gamma)}{n^3}-\sum\frac{\cos n(\pi+\beta)}{n^3}\right]\right\},\\
r_2&=\frac{2\lambda_2^2}{\pi^3}\left\{-\left[\sum\frac{\sin n(\pi-\gamma)}{n^2}-\sum\frac{\sin n(\pi+\beta)}{n^2}\right]+\right.\\
&\left.+6\frac{\lambda_2}{\pi}\left[\sum\frac{\cos n(\pi-\gamma)}{n^3}+\sum\frac{\cos n(\pi+\beta)}{n^3}\right]+12\frac{\lambda_2^2}{\pi^2}\left[\sum\frac{\sin n(\pi-\gamma)}{n^4}-\sum\frac{\sin n(\pi+\beta)}{n^4}\right]\right\},\\
s_2&=\frac{2\lambda_2^2}{\pi^3}\left\{-\sum\frac{\sin n(\pi-\gamma)}{n^2}+3\frac{\lambda_2}{\pi}\left[3\sum\frac{\cos n(\pi-\gamma)}{n^3}-\sum\frac{\cos n(\pi+\beta)}{n^3}\right]+\right.\\
&\left.+12\frac{\lambda_2^2}{\pi^2}\left[3\sum\frac{\sin n(\pi-\gamma)}{n^4}+2\sum\frac{\sin n(\pi+\beta)}{n^4}\right]-60\frac{\lambda_2^3}{\pi^3}\left[\sum\frac{\cos n(\pi-\gamma)}{n^5}-\sum\frac{\cos n(\pi+\beta)}{n^5}\right]\right\};
\end{aligned}\right\} \tag{47$_2$}$$

et enfin:

$$\left[\frac{d\xi_3}{d\vartheta}\right]_{\vartheta=\pi} = q_3 - r_3 D_3 - s_3 E_3,$$

où:

$$q_3 = \frac{2\lambda_3^2}{\pi^3}\left\{-3\sum\frac{\sin n(\pi-\gamma)}{n^2} + 6\frac{\lambda_3}{\pi}\left[\sum\frac{1}{n^3} - \sum\frac{\cos n(\pi-\gamma)}{n^3}\right]\right\},$$

$$r_3 = \frac{2\lambda_3^2}{\pi^3}\left\{\sum\frac{\sin n(\pi-\gamma)}{n^2} + 6\frac{\lambda_3}{\pi}\left[\sum\frac{1}{n^3} + \sum\frac{\cos n(\pi-\gamma)}{n^3}\right] - 12\frac{\lambda_3^2}{\pi^2}\sum\frac{\sin n(\pi-\gamma)}{n^4}\right\}, \quad (47_3)$$

$$s_3 = \frac{2\lambda_3^2}{\pi^3}\left\{3\frac{\lambda_3}{\pi}\left[3\sum\frac{1}{n^3} - \sum\frac{\cos n(\pi-\gamma)}{n^3}\right] + 24\frac{\lambda_3^2}{\pi^2}\sum\frac{\sin n(\pi-\gamma)}{n^4} - \right.$$
$$\left. - 60\frac{\lambda_3^3}{\pi^3}\left[\sum\frac{1}{n^5} - \sum\frac{\cos n(\pi-\gamma)}{n^5}\right]\right\}.$$

En réunissant les formules (46) et (47_1, 47_2, 47_3), nous obtiendrons la relation suivante:

$$-k'(-q_1 - r_1 D_1 - s_1 E_1) + (k' + k'')(q_2 - r_2 D_2 - s_2 E_2) - k''(q_3 - r_3 D_3 - s_3 E_3) = 0,$$

où bien:

$$\boxed{\frac{k''}{k'} = \frac{q_1 + q_2 + (r_1 D_1 - r_2 D_2) + (s_1 E_1 - s_2 E_2)}{q_3 - q_2 + (r_2 D_2 - r_3 D_3) + (s_2 E_2 - s_3 E_3)}} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (48)$$

Cette relation permet donc de déterminer le quotient $\frac{k''}{k'}$ en fonction des autres paramètres du profil (cf. p. 18). Ainsi, il est permis de choisir librement ces autres paramètres, c. à. d. de diviser le cercle en arcs et d'attribuer ensuite aux arcs particuliers du profil les propriétés arbitraires. La relation (48) donnera alors le rapport des ordonnées des points h et g (fig. 5 et 7). Tout ce que nous venons de dire est juste tant que nous ne posons aucunes conditions supplémentaires; en particulier, tant que l'on n'exige pas qu'il existe un centre de poussée constant (voir § 4).

Pour appliquer la formule (48) il faut disposer des valeurs numériques des expressions q_1, r_1, s_1, q_2, r_2, s_2, q_3, r_3, s_3. Pour ce but, nous avons calculé la table VII (p. 65). Les valeurs des sommes infinies figurant dans les formules ($47_{1,\,2,\,3}$) ont été empruntées des tables de M. Bonder[26]). Les valeurs de λ_1, λ_2, λ_3 sont calculées d'après (2). Tous les nombres de notre table VII sont multipliés par 100 ce qui est légitime, puisque l'égalité (48) est homogène par rapport aux termes en question.

Il est à remarquer que q_1, r_1, s_1 sont fonctions d'un seul paramètre β', q_3, r_3, s_3—d'un seul paramètre γ, tandis que q_2, r_2, s_2 dépendent de deux paramètres β et γ. Ceci explique la disposition de la table VII. Les paramètres β, β', γ varient entre les mêmes limites et par les mêmes valeurs que dans les tables I—VI.

Nous allons déterminer maintenant les directions de deux tangentes du profil à la pointe. Désignons par μ_1 et μ_3 les angles entre ces tangentes et l'axe des x (fig. 16). On aura en général:

---

[26]) *J. Bonder*, l. c., p. 30—35.

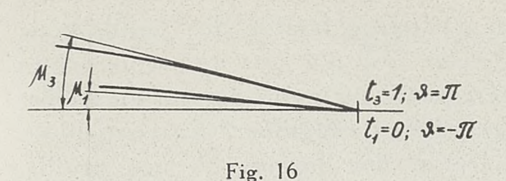


Fig. 16

$$\operatorname{tg} \mu_1 = \left[\frac{d^2 y_1}{a d\vartheta^2}\right]_{\vartheta=-\pi} : \left[\frac{d^2 x}{a d\vartheta^2}\right]_{\vartheta=-\pi}; \qquad (49')$$

$$\operatorname{tg} \mu_3 = \left[\frac{d^2 y_3}{a d\vartheta^2}\right]_{\vartheta=\pi} : \left[\frac{d^2 x}{a d\vartheta^2}\right]_{\vartheta=\pi}. \qquad (49'')$$

Compte tenu de (13), nous trouverons:

$$\frac{d^2 y_1}{a d\vartheta^2} = \frac{d^2 y_1}{a dt_1^2} \cdot \left(\frac{dt_1}{d\vartheta}\right)^2 = -k' \left[(6+2D_1)-(12+12D_1-6E_1)\, t_1+(12D_1-24E_1)\, t_1^2+20E_1 t_1^3\right] \cdot \frac{\lambda_1^2}{\pi^2},$$

d'où — pour $\vartheta = -\pi$, c. à. d. pour $t_1 = 0$:

$$\left[\frac{d^2 y_1}{a d\vartheta^2}\right]_{\vartheta=-\pi} = -2k' \frac{\lambda_1^2}{\pi^2}(3+D_1). \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \qquad (50')$$

Ensuite, d'une manière analogue:

$$\frac{d^2 y_3}{a d\vartheta^2} = -k'' \left[(6+2D_3)-(12+12D_3-6E_3)\, t_3+(12D_3-24E_3)\, t_3^2+20E_3\, t_3^3\right] \frac{\lambda_3^2}{\pi^2},$$

d'où — pour $\vartheta = \pi$, c. à. d. pour $t_3 = 1$:

$$\left[\frac{d^2 y_3}{a d\vartheta^2}\right]_{\vartheta=\pi} = 2k'' \frac{\lambda_3^2}{\pi^2}(3-D_3-E_3). \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \qquad (50'')$$

D'autre part, en tenant compte de (16a), nous trouvons:

$$\left[\frac{d^2 x}{a d\vartheta^2}\right]_{\vartheta=\pm\pi} = 2 - k' \left[\frac{d^2\xi_1}{d\vartheta^2}\right]_{\vartheta=\pm\pi} + (k'+k'') \left[\frac{d^2\xi_2}{d\vartheta^2}\right]_{\vartheta=\pm\pi} - k'' \left[\frac{d^2\xi_3}{d\vartheta^2}\right]_{\vartheta=\pm\pi} \qquad (51)$$

Les expressions figurant dans (51) peuvent être calculées d'après la formule (22). Observons que $\left[\frac{d^2\xi_2}{d\vartheta^2}\right]_{\vartheta=\pm\pi}$ a une valeur finie tandis que les deux autres derivées deviennent infinies pour $\vartheta = \pm\pi$. En effet, la première contient le terme:

$$-\frac{2\lambda_1^2}{\pi^3}(3+D_1)\left[\sum \frac{\cos n(\vartheta+\pi)}{n}\right]_{\vartheta=\pm\pi}, \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \qquad (52')$$

et l'autre — le terme:

$$-\frac{2\lambda_3^2}{\pi^3}(3-D_3-E_3)\left[\sum \frac{\cos n(\vartheta-\pi)}{n}\right]_{\vartheta=\pm\pi} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \qquad (52'')$$

Il en résulte que les deux tangentes cherchées se confondent, en général, avec l'axe des x. Ce fait a lieu aussi dans le cas $D_1 = -3$, $D_3 + E_3 = 3$: certes, $\frac{d^2 x}{a d\vartheta^2}$ reste alors fini, mais les expressions (50) s'annullent. Les tangentes différentes de l'axe des x ne s'obtiennent que dans le cas, où les coefficients k', k'' sont choisis de manière que les termes infinis se détruisent mutuellement. Ce cas est très spécial et par suite peu important.

La conclusion ci-dessus se rapporte non seulement à notre famille des profils mais aussi à presque toutes les classes étudiées par M. Bonder qui n'a pas remarqué cette circonstance[27]). Or, notre conclusion est, peut-être, intéressante au point de vue théorique; mais, en pratique, on ne doit pas lui imputer une signification exagerée. En particulier, il n'y a ici aucune restriction sérieuse quant à la généralité des formes de nos profils. En effet, si nous traçons les profils tels que l'on trouve p. ex. sur nos fig. 5 et 7, nous n'apercevons point que les deux tangentes à la pointe se confondent avec l'axe des x. Ceci parait un peu bizarre mais s'explique facilement. Lorsque ϑ tend vers π, les expressions (52) augmentent indéfiniment de la même façon que $\ln\left(2\sin\frac{\varphi}{2}\right)$ ou bien $\ln\varphi$ [28]), c.à.d. très „lentement". Nous pouvous vérifier cette propriété, en traçant le diagramme de la fonction $\sum\frac{\sin n\vartheta}{n^2}$ au voisinage de $\vartheta = 0$; si nous nous bornons aux intervalles de 1^0 (conformément aux tables de M. Bonder), rien ne prouve encore que la dérivée $\sum\frac{\cos n\vartheta}{n}$ devient infinie pour $\vartheta = 0$. Pour révéler le vrai caractère de la fonction, il faudrait prendre en considération les intervalles excessivement petits. De même, le vrai caractère de la pointe de nos profils ne se manifeste que lorsqu'on les trace en une échelle très grande. Au point de vue pratique, nous pouvons considérer les contours de ce genre comme „profils avec dièdre à la pointe".

Dans le cas $D_1 = -3$ l'axe des x est nettement tangent à l'arc 1, dans le cas $D_3 + E_3 = 3$ — à l'arc 3.

§ 4. Condition d'existence du centre de poussée fixe.

Jusqu'ici, nous avons défini les profils à trois arcs par les formules déterminant les coordonnées x et y directement en fonction de ϑ. Maintenant, il faut recourir au développement général de la fonction de représentation (form. I — p. 4). Les coefficients de ce développement pourront être exprimés par dix (onze) paramètres fondamentals de la manière suivante. Nous pouvons écrire la série (I) sous la forme modifiée:

$$z = Z + \frac{a^2}{Z} + \sum_{n=1}^{\infty}(A_{n1}+iB_{n1})\frac{a^{n+1}}{Z^n} + \sum_{n=1}^{\infty}(A_{n2}+iB_{n2})\frac{a^{n+1}}{Z^n} + \sum_{n=1}^{\infty}(A_{n3}+iB_{n3})\frac{a^{n+1}}{Z^n}. \quad . \; (53)$$

Nous avons négligé le terme $(A_0 + iB_0)a$ qui a été déterminé plus haut (form. 5 et 14). Chacun des coefficients A_n et B_n est décomposé en trois termes:

$$\left.\begin{aligned} A_n &= A_{n1} + A_{n2} + A_{n3} = \sum_{r=1,2,3} A_{nr} \\ B_n &= B_{n1} + B_{n2} + B_{n3} = \sum_{r=1,2,3} B_{nr} \end{aligned}\right\}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (54)$$

chaque terme particulier dépendant des paramètres d'un arc du profil. La formule (53) peut être representée encore sous la forme:

$$\frac{z}{a} = \frac{Z}{a} + \frac{a}{Z} + K_1\zeta_1 + K_2\zeta_2 + K_3\zeta_3 = \frac{Z}{a} + \frac{a}{Z} + \sum_{r=1,2,3} K_r\zeta_r, \quad . \; . \; . \; . \; . \; (55)$$

[27]) Par exemple l. c., p. 10; M. Bonder affirme que certains profils présentent deux tangentes à la pointe, ce qui n'est pas juste.

[28]) Ibidem, p. 16, form. (37).

analogue à (16). Nous trouverons le développement de ζ_r en série, en remplaçant dans (22):

$$\cos n\varphi_1 \quad \text{par} \quad \frac{a_n}{Z^n} e^{in\psi}, \qquad \sin n\varphi_1 \quad \text{par} \quad i\frac{a_n}{Z^n} e^{in\psi},$$

$$\cos n\varphi_0 \quad \text{»} \quad \frac{a_n}{Z^n} e^{in\chi}, \qquad \sin n\varphi_0 \quad \text{»} \quad i\frac{a_n}{Z^n} e^{in\chi}.$$

Nous obtiendrons:

$$\zeta_r = \frac{1}{K_r} \sum \left(A_{nr} + iB_{nr}\right) \frac{a_n}{Z_n} =$$

$$= \frac{2\lambda_r^2}{\pi^3} \Bigg\{ \Bigg[3\left(\sum \frac{1}{n^3} \frac{a^n}{Z^n} e^{in\psi} + \sum \frac{1}{n^3} \frac{a^n}{Z^n} e^{in\chi}\right) + 6\frac{\lambda_r}{\pi}\left(i\sum \frac{1}{n^4} \frac{a^n}{Z^n} e^{in\psi} - i\sum \frac{1}{n^4} \frac{a^n}{Z^n} e^{in\chi}\right)\Bigg] +$$

$$+ D_r \Bigg[\left(-\sum \frac{1}{n^3} \frac{a^n}{Z^n} e^{in\psi} + \sum \frac{1}{n^3} \frac{a^n}{Z^n} e^{in\chi}\right) -$$

$$- 6\frac{\lambda_r}{\pi}\left(i\sum \frac{1}{n^4} \frac{a^n}{Z^n} e^{in\psi} + i\sum \frac{1}{n^4} \frac{a^n}{Z^n} e^{in\chi}\right) + 12\frac{\lambda_r^2}{\pi^2}\left(\sum \frac{1}{n^5} \frac{a^n}{Z^n} e^{in\psi} - \sum \frac{1}{n^5} \frac{a^n}{Z^n} e^{in\chi}\right)\Bigg] +$$

$$+ E_r \Bigg[-\sum \frac{1}{n^3} \frac{a^n}{Z^n} e^{in\psi} + 3\frac{\lambda_r}{\pi}\left(-3i\sum \frac{1}{n^4} \frac{a^n}{Z^n} e^{in\psi} + i\sum \frac{1}{n^4} \frac{a^n}{Z^n} e^{in\chi}\right) +$$

$$+ 12\frac{\lambda_r^2}{\pi^2}\left(3\sum \frac{1}{n^5} \frac{a^n}{Z^n} e^{in\psi} + 2\sum \frac{1}{n^5} \frac{a^n}{Z^n} e^{in\chi}\right) + 60\frac{\lambda_r^2}{\pi^3}\left(i\sum \frac{1}{n^6} \frac{a^n}{Z^n} e^{in\psi} - i\sum \frac{1}{n^6} \frac{a^n}{Z^n} e^{in\chi}\right)\Bigg]\Bigg\},$$

d'où résulte, lorsqu'on égale les coefficients des termes du même degré:

$$\frac{A_{nr}}{K_r} = 2\frac{\lambda_r^2}{\pi^3} \Bigg\{ 3\left[\frac{\cos n\psi + \cos n\chi}{n^3} - 2\frac{\lambda_r}{\pi} \cdot \frac{\sin n\psi - \sin n\chi}{n^4}\right] +$$

$$+ D_r \left[-\frac{\cos n\psi - \cos n\chi}{n^3} + 6\frac{\lambda_r}{\pi} \cdot \frac{\sin n\psi + \sin n\chi}{n^4} + 12\frac{\lambda_r^2}{\pi^3} \cdot \frac{\cos n\psi - \cos n\chi}{n^5}\right] +$$

$$+ E_r \left[-\frac{\cos n\psi}{n^3} + 3\frac{\lambda_r}{\pi} \cdot \frac{3\sin n\psi - \sin n\chi}{n^4} + 12\frac{\lambda_r^2}{\pi^2} \cdot \frac{3\cos n\psi + 2\cos n\chi}{n^5} - 60\frac{\lambda_r^3}{\pi^3} \cdot \frac{\sin n\psi - \sin n\chi}{n^6}\right]\Bigg\};$$

$$(r = 1, 2, 3) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (56)$$

$$\frac{B_{nr}}{K_r} = 2\frac{\lambda_r^2}{\pi^3} \Bigg\{ 3\left[\frac{\sin n\psi + \sin n\chi}{n^3} + 2\frac{\lambda_r}{\pi} \cdot \frac{\cos n\psi - \cos n\chi}{n^4}\right] +$$

$$+ D_r \left[-\frac{\sin n\psi - \sin n\chi}{n^3} - 6\frac{\lambda_r}{\pi} \cdot \frac{\cos n\psi + \cos n\chi}{n^4} + 12\frac{\lambda_r^2}{\pi^2} \cdot \frac{\sin n\psi - \sin n\chi}{n^5}\right] +$$

$$+ E_r \left[-\frac{\sin n\psi}{n^3} - 3\frac{\lambda_r}{\pi} \cdot \frac{3\cos n\psi - \cos n\chi}{n^4} + 12\frac{\lambda_r^2}{\pi^2} \cdot \frac{3\sin n\psi + 2\sin n\chi}{n^5} + 60\frac{\lambda_r^3}{\pi^3} \cdot \frac{\cos n\psi - \cos n\chi}{n^6}\right]\Bigg\}.$$

$$(r = 1, 2, 3) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (57)$$

Nous pouvons exprimer maintenant la condition nécessaire et suffisante pour que le profil possède un centre de poussée fixe. Suivant (XXX), cette condition se réduit à:

$$B_1 = B_{1,1} + B_{1,2} + B_{1,3} = 0. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (58)$$

En posant $n = 1$ dans (57) et en introduisant alternativement les valeurs:

$$\chi = -\pi, \qquad \psi = -\beta',$$
$$\chi = -\beta, \qquad \psi = \gamma,$$
$$\chi = \gamma, \qquad \psi = \pi,$$

nous trouverons:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{B_{1,1}}{K_1} = m_1 - n_1 D_1 - p_1 E_1, \\
&\text{où:} \\
&m_1 = 2\frac{\lambda_1^2}{\pi^3}\cdot 3\left[-\sin\beta' + 2\frac{\lambda_1}{\pi}\left(1+\cos\beta'\right)\right], \\
&n_1 = 2\frac{\lambda_1^2}{\pi^3}\left[\left(-1 + 12\frac{\lambda_1^2}{\pi^2}\right)\sin\beta' - 6\frac{\lambda_1}{\pi}\left(1-\cos\beta'\right)\right], \\
&p_1 = 2\frac{\lambda_1^2}{\pi^3}\left[\left(36\frac{\lambda_1^2}{\pi^2} - 1\right)\sin\beta' - \left(60\frac{\lambda_1^3}{\pi^3} - 9\frac{\lambda_1}{\pi}\right)\cdot\left(1+\cos\beta'\right) - 6\frac{\lambda_1}{\pi}\right];
\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (59_1)$$

ensuite:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{B_{1,2}}{K_2} = -m_2 + n_2 D_2 + p_2 E_2, \\
&\text{où:} \\
&m_2 = \frac{2\lambda_2^2}{\pi^3}\cdot 3\left[\left(\sin\beta - \sin\gamma\right) + 2\frac{\lambda_2}{\pi}\left(\cos\beta - \cos\gamma\right)\right], \\
&n_2 = \frac{2\lambda_2^2}{\pi^3}\left[\left(12\frac{\lambda_2^2}{\pi^2} - 1\right)\left(\sin\beta + \sin\gamma\right) - 6\frac{\lambda_2}{\pi}\left(\cos\beta + \cos\gamma\right)\right], \\
&p_2 = \frac{2\lambda_2^2}{\pi^3}\left[\left(12\frac{\lambda_2^2}{\pi^2} - 1\right)\sin\gamma - 24\frac{\lambda_2^2}{\pi^2}\left(\sin\beta - \sin\gamma\right) - 6\frac{\lambda_2}{\pi}\cos\beta + \right. \\
&\qquad \left. + \left(9\frac{\lambda_2}{\pi} - 60\frac{\lambda_2^3}{\pi^3}\right)\left(\cos\beta - \cos\gamma\right)\right];
\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (59_2)$$

et enfin:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{B_{1,3}}{K_3} = -m_3 - n_3 D_3 - p_3 E_3, \\
&\text{où:} \\
&m_3 = 2\frac{\lambda_3^2}{\pi^3}\cdot 3\left[-\sin\gamma + 2\frac{\lambda_3}{\pi}\left(1+\cos\gamma\right)\right], \\
&n_3 = 2\frac{\lambda_3^2}{\pi^3}\left[\left(12\frac{\lambda_3^2}{\pi^2} - 1\right)\sin\gamma - 6\frac{\lambda_3}{\pi}\left(1-\cos\gamma\right)\right], \\
&p_3 = 2\frac{\lambda_3^2}{\pi^3}\left[-24\frac{\lambda_3^2}{\pi^2}\sin\gamma + \left(60\frac{\lambda_3^3}{\pi^3} - 9\frac{\lambda_3}{\pi}\right)\left(1+\cos\gamma\right) + 6\frac{\lambda_3}{\pi}\cos\gamma\right].
\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (59_3)$$

En réunissant les formules (58) et (59_1, 59_2, 59_3) et en tenant compte de (12), nous obtiendrons la relation:

$$-k'(m_1-n_1 D_1-p_1 E_1)+(k'+k'')(-m_2+n_2 D_2+p_2 E_2)-k''(-m_3-n_3 D_3-p_3 E_3) = 0,$$

ou bien:

$$\boxed{\frac{k''}{k'} = \frac{m_1+m_2-(n_1 D_1+n_2 D_2)-(p_1 E_1+p_2 E_2)}{m_3-m_2+(n_2 D_2+n_3 D_3)+(p_2 E_2+p_3 E_3)}} \qquad (60)$$

Les valeurs numériques de m_1, n_1, p_1, m_2, n_2, p_2, m_3, n_3, p_3 se trouvent calculées dans la table VIII (p. 65) dont la disposition ressemble entièrement à celle de la table VII. Tous les nombres sont encore multipliés par 100.

La formule (60) est analogue à (48); elle exprime encore une fois le quotient $k'':k'$ en fonction des paramètres restants. Il est évidemment nécessaire que les deux formules donnent les mêmes valeurs pour chaque profil particulier. Ainsi, la formule (60) se réduit finalement à une relation entre les paramètres restants. S'il s'agit donc de construire un profil à centre de poussée fixe, il ne sera plus permis de choisir arbitrairement tous ces paramètres. Nous ne disposerons alors que de 7 paramètres arbitraires au lieu de 8 dans le cas $\beta=\beta'$ (et de 8 au lieu de 9 dans le cas $\beta<\beta'$). Nous verrons tout à l'heure que cette restriction est plus gênante que l'on pourrait présumer.

§ 5. Choix des paramètres. Exemples.

Éliminons le quotient $k'':k'$ des formules (48) et (60). Nous trouverons, après une transformation assez laborieuse:

$$D_1 [(m_3 r_1 - m_2 r_1 + n_1 q_3 - n_1 q_2) + (n_2 r_1 + n_1 r_2) D_2 + (n_3 r_1 - n_1 r_3) D_3 + (p_2 r_1 + n_1 s_2) E_2 +$$
$$+ (p_3 r_1 - n_1 s_3) E_3] + E_1 [(m_3 s_1 - m_2 s_1 + p_1 q_3 - p_1 q_2) + (n_2 s_1 + p_1 r_2) D_2 + (n_3 s_1 -$$
$$- p_1 r_3) D_3 + (p_2 s_1 + p_1 s_2) E_2 + (p_3 s_1 - p_1 s_3) E_3] + [(m_3 q_1 - m_2 q_1 + m_3 q_2 - m_1 q_3 - m_2 q_3 +$$
$$+ m_1 q_2) + (n_2 q_1 - m_3 r_2 + n_2 q_3 - m_1 r_2) D_2 + (p_2 q_1 - m_3 s_2 - m_1 s_2 + p_2 q_3) E_2 + (n_3 q_1 +$$
$$+ n_3 q_2 + m_1 r_3 + m_2 r_3) D_3 + (p_3 q_1 + p_3 q_2 + m_1 s_3 + m_2 s_3) E_3 - (n_3 r_2 + n_2 r_3) D_2 D_3 -$$
$$- (p_3 s_2 + p_2 s_3) E_2 E_3 - (p_3 r_2 + n_2 s_3) D_2 E_3 - (n_3 s_2 + p_2 r_3) D_3 E_2] = 0. \quad . \; . \; . \; . \; . \; (61)$$

Nous avons mis sur le premier plan les paramètres D_1 et E_1 ce qui est avantageux au point de vue de calcul pratique, car le domaine de variation du couple D_1, E_1 est plus étendu que celui de D_2, E_2 ou D_3, E_3 (cf. p. 30). On pourra maintenant construire des innombrables profils à centre de poussée fixe, en appliquant la méthode suivante.

On choisit arbitrairement les angles β', β et γ; on trouve dans les tables VII et VIII tous les paramètres m, n, p, q, r, s correspondants et on calcule les coefficients de l'équation (61). On choisit ensuite D_2, E_2, D_3, E_3 de manière que les arcs 2 et 3 aient la forme voulue (il faut se servir du diagramme de la fig. 10; les points D_2, E_2 et D_3, E_3 sont assujettis à rester dans le domaine doublement hachuré). Ces valeurs introduites dans (61), on obtient une équation linéaire en D_1, E_1 avec les coefficients numériques. Cette équation représente une ligne droite sur le diagramme de la fig. 10. On choisit sur cette droite le point D_1, E_1 le plus avantageux pour l'arc 1. Il ne reste qu'à déterminer le quotient $k'':k'$ d'après (48) ou (60), ce qui permettra de fixer les valeurs de k' et k'' eux-

mêmes — conformément à l'épaisseur totale nécessaire. On calculera enfin les coordonnées de 72 points du profil, en suivant le schème de la page 23 ou 24.

Il peut arriver naturellement que l'on obtienne la droite pour D_1, E_1 dans une position plus on moins désavantageuse; en particulier, il est bien possible que cette droite ne coupe point le domaine hachuré. Dans ce cas, on essayera de la déplacer, en changeant convenablement les valeurs D_2, E_2, D_3, E_3. Si l'on ne réussit aucunement, on devra exclure le système admis des valeurs de β', β et γ.

Exemple I. Posons $\beta = \beta' = 50^0$, $\gamma = 70^0$. Les tables VII et VIII donnent:

$m_1 = 25{,}3025$; $n_1 = 0{,}9272$; $p_1 = 0{,}2991$; $q_1 = 38{,}9674$; $r_1 = 4{,}8931$; $s_1 = 1{,}2796$

$m_2 = 4{,}9445$; $n_2 = 2{,}0222$; $p_2 = 0{,}9839$; $q_2 = 1{,}4760$; $r_2 = 0{,}5838$; $s_2 = 0{,}2961$

$m_3 = 23{,}7495$; $n_3 = 1{,}0934$; $p_3 = 0{,}6554$; $q_3 = 47{,}1275$; $r_3 = 5{,}7059$; $s_3 = 4{,}2334$;

L'équation (61) obtient la forme:

$$D_1\,(134{,}343 + 10{,}436\,D_2 + 0{,}060\,D_3 + 5{,}089\,E_2 - 0{,}718\,E_3) +$$
$$+ E_1\,(37{,}717 + 2{,}762\,D_2 - 0{,}308\,D_3 + 1{,}348\,E_2 - 0{,}428\,E_3) =$$
$$= 620{,}283 - 145{,}465\,D_2 - 70{,}184\,E_2 - 216{,}807\,D_3 - 154{,}554\,E_3 +$$
$$+ 12{,}177\,D_2 D_3 + 4{,}359\,E_2 E_3 + 8{,}943\,D_2 E_3 + 5{,}983\,D_3 E_2,$$

Nous choisissons pour l'arc 2 : $D_2 = -2$, $E_2 = 0$, pour l'arc 3 : $D_3 = 2$, $E_3 = 0$. En portant ces valeurs dans l'équation précédente, nous trouvons:

$$113{,}591\,D_1 + 31{,}577\,E_1 = 428{,}891,$$

ou bien:

$$E_1 = 13{,}582 - 3{,}597\,D_1.$$

L'équation obtenue représente une droite coupant le domaine hachuré sur la fig. 10. Mais la position de cette droite n'est pas avantageuse, car elle s'approche trop de la frontière $s - q$. Ainsi, dans le cas considéré il n'est pas possible d'obtenir une concavité suffisante de l'arc 1 qui est caractéristique pour les profils d'une haute portance. Si nous voulons imposer au profil du moins une faible concavité, nous devons choisir un point de la droite situé dans la partie inférieure du domaine (près de la frontière p); mais il en résulte nécessairement une bosse au voisinage de la pointe. Les difficultés de ce genre sont presqu'inévitables, lorsqu'on cherche les profils à centre de poussée fixe; il est permis d'affirmer, semble-t-il, que la cause de ces difficultés ne demeure dans le manque de généralité de nos formules, mais dans la nature du problème lui-même.

Dans notre cas, soit $D_1 = 14$, d'où $E_1 = -36{,}776$. Nous trouverons ensuite d'après (48):

$$k'' : k' = 63{,}0558 : 33{,}0721 = 1{,}9066,$$

ou, d'après (60):

$$k'' : k' = 32{,}3103 : 16{,}9474 = 1{,}9065.$$

Posons p. ex. $k' = 0{,}2$, alors $k'' = 0{,}381$. Les coordonnées du profil sont calculées sur la page 23, le profil est tracé sur la fig. 5.

Exemple II (profil plat en bas). Posons $\beta' = 90^0$, $\beta = 60^0$, $\gamma = 70^0$. Les tables VII et VIII donnent:

$m_1 = 21,1497$; $n_1 = 1,1275$; $p_1 = 0,4999$; $q_1 = 58,6740$; $r_1 = 6,8987$; $s_1 = 1,7614$;

$m_2 = 2,4332$; $n_2 = 2,1855$; $p_2 = 1,0769$; $q_2 = 0,7443$; $r_2 = 0,6331$; $s_2 = 0,3190$;

$m_3 = 23,7495$; $n_3 = 1,0934$; $p_3 = 0,6554$; $q_3 = 47,1275$; $r_3 = 5,7059$; $s_3 = 4,2334$;

L'équation (61) obtient la forme:

$$D_1\,(199,352 + 15,791\,D_2 + 13,976\,D_3 + 7,789\,E_2 - 0,251\,E_3) +$$
$$+ E_1\,(60,733 + 4,166\,D_2 - 0,926\,D_3 + 2,056\,E_2 - 0,962\,E_3) =$$
$$= - 172,728 - 202,803\,D_2 - 99,615\,E_2 - 199,530\,D_3 - 138,779\,E_3 +$$
$$+ 13,162\,D_2 D_3 + 4,768\,E_2 E_3 + 9,667\,D_2 E_3 + 6,493\,D_3 E_2.$$

Nous choisissons pour l'arc 2 : $D_2 = -2,5$, $E_2 = 0$, pour l'arc 3: $D_3 = 0$, $E_3 = 0$ En portant ces valeurs dans l'équation précédente, nous trouvons:

$$159,875\,D_1 + 50,318\,E_1 = 334,280,$$

ou bien:

$$E_1 = 6,643 - 3,177\,D_1.$$

La droite obtenue coupe le domaine hachuré sur la fig. 10. Comme un grand segment du contour est rectiligne, il serait inutile de faire l'arc 1 concave. Nous choisissons un point à l'intérieur de l'ellipse e: $D_1 = 3$, $E_1 = -2,888$. La formule (48) donne alors:

$$k'' : k' = 76,6120 : 44,8005 = 1,7101,$$

et la formule (60):

$$k'' : k' = 27,1079 : 15,8526 = 1,7100.$$

Posons $k' = 0,164$, d'où $k'' = 0,280$. Les coordonnées du profil sont calculées sur la page 24, le profil est tracé sur la fig. 7.

Exemple III (profils symétriques). Nous posons $\beta = \gamma$, alors les formules (47_2) et (59_2) donnent:

$$q_2 = 0; \qquad r_2 = 2s_2; \qquad m_2 = 0; \qquad n_2 = 2p_2 \tag{62}$$

Nous admettons encore $\beta' = \gamma$, d'où résulte, suivant (47_1, 47_3) et (59_1, 59_3):

$$q_3 = q_1; \quad r_3 = r_1; \quad s_3 = r_1 - s_1; \qquad m_3 = m_1; \quad n_3 = n_1; \quad p_3 = n_1 - p_1. \tag{63}$$

En tenant compte de (62) et (63), nous réduirons l'équation (61) à la forme:

$$D_1\,[(m_1 r_1 + n_1 q_1) + (p_2 r_1 + n_1 s_2)(2D_2 + E_2) + (n_1 s_1 - p_1 r_1) E_3] +$$
$$+ E_1\,[m_1 s_1 + p_1 q_1) + (p_2 s_1 + p_1 s_2)(2D_2 + E_2) + (n_1 s_1 - p_1 r_1)(D_3 + E_3)] +$$
$$+ [2(p_2 q_1 - m_1 s_2)(2D_2 + E_2) + (n_1 q_1 + m_1 r_1)(D_3 + E_3) - (p_1 q_1 + m_1 s_1) E_3 -$$
$$- (n_1 s_2 + p_2 r_1) D_3 (2D_2 + E_2) - (n_1 s_2 - p_1 s_2 + p_2 r_1 - p_2 s_1) E_3 (2D_2 + E_2)] = 0. \tag{64}$$

Or, l'équation obtenue devient une identité (pour une valeur arbitraire de $\beta = \beta' = \gamma$), s'il y a:

$$2D_2 + E_2 = 0; \qquad D_3 + E_3 = - D_1; \qquad E_3 = E_1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (65)$$

Les égalités (48) et (60) donnent alors: $k' = k''$. On aperçoit tout de suite que les conditions trouvées sont caractéristiques pour les profils symétriques. Nous avons retrouvé ainsi la propriété connue de ces profils. Les calculs numériques n'entraînent ici aucunes difficultés. Il ne faut pas tenir compte de (48) et (60); il suffit de choisir le point D_2, E_2 sur la droite l (fig. 10), tandis que les points D_1, E_1 et D_3, E_3 doivent être obliquement symétriques par rapport à cette droite. En outre, $k' = k''$.

Exemple IV (profils „quasi — symétriques"). Nous pouvons admettre $\beta = \beta' = \gamma$, comme dans l'exemple précédent, sans conserver pourtant les conditions (65). Les relations (62, 63, 64) sont valables dans ce cas. La division du cercle primitif en arcs est maintenant symétrique par rapport à l'axe X (fig. 5), mais le profil même n'est pas symétrique. Nons appliquerons dans ce cas la méthode générale, mais il y aura une certaine simplification. Les équations (48), (60) et (64) ne contiennent les paramètres D_2 et E_2 que dans la combinaison linéaire $(2\,D_2 + E_2)$. Il suffira donc de choisir les valeurs de ce binome et de D_3 et E_3; on déterminera ensuite D_1 et E_1, en tenant compte de (64). Après cela, on trouvera le quotient $k'' : k'$. Les résultats se rapporteront à toute une classe de profils remplissant la condition: $2\,D_2 + E_2 = \text{const.}$ Nous pourrons alors modifier la forme de l'arc antérieur dans certaines limites, sans changer les paramètres des autres arcs.

Posons p. ex. $\beta = \beta' = \gamma = 70^0$. Les tables VII et VIII donnent:

$$m_1 = 23{,}7495; \quad n_1 = 1{,}0934; \quad p_1 = 0{,}4380; \qquad q_1 = 47{,}1275; \quad r_1 = 5{,}7059; \quad s_1 = 1{,}4725$$

$$m_2 = 0 \; ; \quad n_2 = 2\,p_2 \; ; \quad p_2 = 1{,}1637; \qquad q_2 = 0 \; ; \quad r_2 = 2\,s_2 \; ; \quad s_2 = 0{,}3429;$$

$$m_3 = m_1 \; ; \quad n_3 = n_1 \; ; \quad p_3 = n_1 - p_1, \qquad q_3 = q_1 \; ; \quad r_3 = r_1 \; ; \quad s_3 = r_1 - s_1.$$

L'équation (64) obtient la forme:

$$D_1\,[187{,}043 + 7{,}015\,(2\,D_2 + E_2) - 0{,}889\,E_3] + E_1\,[55{,}616 + 1{,}864\,(2\,D_2 + E_2) - 0{,}889\,(D_3 +$$
$$+ E_3)] = -93{,}395\,(2\,D_2 + E_2) - 187{,}043\,D_3 - 131{,}427\,E_3 + 7{,}015\,D_3\,(2\,D_2 + E_2) +$$
$$+ 5{,}151\,E_3\,(2\,D_2 + E_2).$$

Nous choisissons pour l'arc 2: $2\,D_2 + E_2 = -4$, pour l'arc 3: $D_3 = -1$, $E_3 = 0$. En portant ces valeurs dans l'équation précédente, nous trouvons:

$$158{,}983\,D_1 + 49{,}049\,E_1 = 588{,}683,$$

ou bien:

$$E_1 = 12{,}002 - 3{,}241\,D_1.$$

La droite obtenue coupe le domaine hachuré sur la fig. 10. Nous choisissons: $D_1 = 10$, $E_1 = -20{,}408$. La formule (48) donne alors:

$$k'' : k' = 75{,}5073 : 51{,}4618 = 1{,}4672,$$

et la formule (60):

$$k'' : k' = 26{,}4090 : 18{,}0013 = 1{,}4671.$$

Posons $k' = 0{,}195$, d'où $k'' = 0{,}286$.

Les paramètres D_2, E_2 ne sont pas encore déterminés. Ils vérifient la relation: $2 D_2 + E_2 = -4$. La fig. 17 représente un profil de cette classe correspondant aux valeurs suivantes de ces paramètres:

$$D_2 = -2, \; E_2 = 0.$$

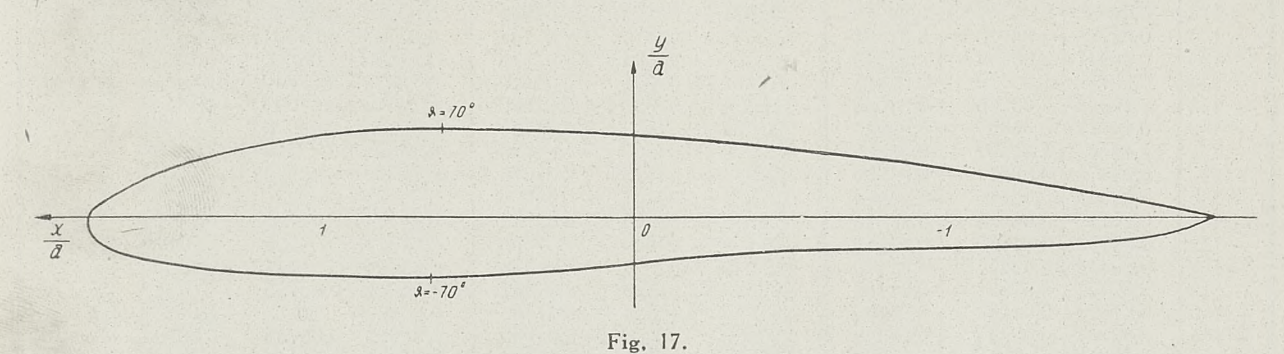


Fig. 17.

Les quatre exemples que nous venons d'étudier caractérisent quatre types simples de profils à centre de poussée fixe: 1) profils à double courbure, 2) profils plats en bas, 3) profils symétriques, 4) profils quasi — symétriques. Le laboratoire de l'Institut Aérodynamique de Varsovie a exécuté les mesurages avec plusieurs de ces types. Les expériences ont confirmé la théorie avec une exactitude parfaite: pour tous les profils étudiés l'angle de portance nulle coïncide avec l'angle du moment nul. Quant à la portance maximum, elle n'est pas haute: le coefficient ne dépasse pas 120.

Nous nous bornons ici à donner ces exemples peu nombreux, car notre but se réduit à exposer les principes de la méthode. Pour obtenir les résultats pratiques il faudra exécuter plusieurs essais, en changeant alternativement les paramètres arbitraires. On pourra éliminer de cette manière les formes de moindre valeur et parvenir graduellement aux profils les plus avantageux.

En construisant les profils divers de notre famille on doit calculer souvent les coefficients de l'équation (61) ce qui est très laborieux. Pour épargner ce travail, nous avons calculé la table numérique IX (p. 66 — 69) contenant tous les coefficients de cette équation pour plusieurs valeurs des angles β et γ. La table se rapporte seulement au cas $\beta' = \beta$.

TABLE I*).

Valeurs de $(-\xi_1)$ en fonction de ϑ pour $\beta = 20^0, 30^0, 40^0$.

ϑ^0	$\beta = 20^0$	$\beta = 30^0$	$\beta = 40^0$	ϑ^0
— 180	—0,02956+0,02290D_1+0,00852E_1	—0,01302+0,02336D_1+0,00879E_1	0,00523+0,02379D_1+0,00903E_1	— 180
— 175	—0,00035+0,02701 +0,00960	0,01871+0,02772 +0,00993	0,03981+0,02843 +0,01025	— 175
— 170	0,03158+0,03118 +0,01091	0,05334+0,03210 +0,01134	0,07748+0,03304 +0,01177	— 170
— 165	0,06447+0,03484 +0,01243	0,08885+0,03584 +0,01276	0,11592+0,03685 +0,01352	— 165
— 160	0,09732+0,03769 +0,01405	0,12437+0,03861 +0,01469	0,15379+0,03949 +0,01536	— 160
— 155	0,12938+0,03955 +0,01568	0,15824+0,04023 +0,01640	0,19014+0,04078 +0,01714	— 155
— 150	0,16011+0,04035 +0,01722	0,19064+0,04063 +0,01795	0,22423+0,04066 +0,01869	— 150
— 145	0,18903+0,04007 +0,01856	0,22078+0,03980 +0,01923	0,25548+0,03913 +0,01986	— 145
— 140	0,21578+0,03871 +0,01959	0,24824+0,03778 +0,02012	0,28340+0,03629 +0,02054	— 140
— 135	0,24004+0,03635 +0,02024	0,27268+0,03464 +0,02053	0,30763+0,03223 +0,02061	— 135
— 130	0,26155+0,03304 +0,02043	0,29380+0,03050 +0,02038	0,32785+0,02712 +0,01999	— 130
— 125	0,28009+0,02889 +0,02012	0,31138+0,02549 +0,01963	0,34381+0,02120 +0,01866	— 125
— 120	0,29549+0,02401 +0,01926	0,32523+0,01976 +0,01824	0,35535+0,01441 +0,01659	— 120
— 115	0,30761+0,01854 +0,01783	0,33523+0,01349 +0,01621	0,36232+0,00735 +0,01383	— 115
— 110	0,31634+0,01262 +0,01585	0,34126+0,00684 +0,01358	0,36465+ 0 +0,01042	— 110
— 105	0,32161+0,00639 +0,01335	0,34328+ 0 +0,01039	0,36232—0,00735 +0,00648	— 105
— 100	0,32337+ 0 +0,01036	0,34126—0,00684 +0,00674	0,35535—0,01441 +0,00213	— 100
— 95	0,32161—0,00639 +0,00696	0,33523—0,01349 +0,00272	0,34381—0,02120 —0,00247	— 95
— 90	0,31634—0,01262 +0,00324	0,32523—0,01976 —0,00148	0,32785—0,02712 —0,00712	— 90
— 85	0,30761—0,01854 —0,00071	0,31138—0,02549 —0,00586	0,30763—0,03223 —0,01162	— 85
— 80	0,29549—0,02401 —0,00476	0,29380—0,03050 —0,01012	0,28340—0,03629 —0,01575	— 80
— 75	0,28009—0,02889 —0,00877	0,27268—0,03464 —0,01411	0,25548—0,03913 —0,01927	— 75
— 70	0,26155—0,03304 —0,01260	0,24824—0,03778 —0,01765	0,22423—0,04066 —0,02197	— 70
— 65	0,24004—0,03635 —0,01610	0,22078—0,03980 —0,02057	0,19014—0,04078 —0,02364	— 65
— 60	0,21578—0,03871 —0,01912	0,19064—0,04063 —0,02268	0,15379—0,03949 —0,02412	— 60
— 55	0,18903—0,04007 —0,02151	0,15824—0,04023 —0,02383	0,11592—0,03685 —0,02333	— 55
— 50	0,16011—0,04035 —0,02313	0,12437—0,03861 —0,02392	0,07748—0,03304 —0,02127	— 50
— 45	0,12938—0,03955 —0,02386	0,08885—0,03584 —0,02288	0,03981—0,02843 —0,01818	— 45
— 40	0,09732—0,03769 —0,02363	0,05334—0,03210 —0,02076	0,00523—0,02379 —0,01475	— 40
— 35	0,06447—0,03484 —0,02241	0,01871—0,02772 —0,01779	—0,02223—0,02063 —0,01255	— 35
— 30	0,03158—0,03118 —0,02027	—0,01302—0,02336 —0,01457	—0,04528—0,01829 —0,01100	— 30
— 25	—0,00035—0,02701 —0,01741	—0,03837—0,02035 —0,01247	—0,06539—0,01637 —0,00978	— 25
— 20	—0,02956—0,02290 —0,01438	—0,05973—0,01808 —0,01097	—0,08322—0,01475 —0,00877	— 20
— 15	—0,05301—0,02002 —0,01237	—0,07839—0,01621 —0,00978	—0,09916—0,01334 —0,00792	— 15
— 10	—0,07283—0,01781 —0,01092	—0,09493—0,01460 —0,00878	—0,11349—0,01209 —0,00717	— 10
— 5	—0,09015—0,01597 —0,00974	—0,10972—0,01320 —0,00793	—0,12640—0,01094 —0,00651	— 5
0	—0,10551—0,01439 —0,00876	—0,12300—0,01194 —0,00718	—0,13806—0,00993 —0,00591	0
5	—0,11923—0,01298 —0,00791	—0,13495—0,01080 —0,00651	—0,14858—0,00898 —0,00537	5
10	—0,13152—0,01172 —0,00716	—0,14570—0,00976 —0,00591	—0,15805—0,00810 —0,00488	10
15	—0,14254—0,01057 —0,00649	—0,15537—0,00879 —0,00536	—0,16655—0,00727 —0,00442	15
20	—0,15244—0,00951 —0,00587	—0,16403—0,00788 —0,00485	—0,17415—0,00649 —0,00399	20
25	—0,16129—0,00852 —0,00531	—0,17177—0,00703 —0,00438	—0,18090—0,00575 —0,00358	25
30	—0,16917—0,00760 —0,00479	—0,17863—0,00622 —0,00394	—0,18684—0,00504 —0,00320	30
35	—0,17616—0,00672 —0,00431	—0,18466—0,00545 —0,00352	—0,19200—0,00435 —0,00284	35
40	—0,18230—0,00588 —0,00385	—0,18990—0,00471 —0,00312	—0,19642—0,00369 —0,00249	40
45	—0,18763—0,00508 —0,00342	—0,19439—0,00400 —0,00274	—0,20013—0,00305 —0,00215	45
50	—0,19219—0,00431 —0,00300	—0,19815—0,00330 —0,00237	—0,20313—0,00242 —0,00182	50
55	—0,19601—0,00356 —0,00261	—0,20120—0,00262 —0,00202	—0,20546—0,00181 —0,00151	55
60	—0,19910—0,00282 —0,00222	—0,20355—0,00195 —0,00167	—0,20711—0,00120 —0,00120	60
65	—0,20149—0,00211 —0,00185	—0,20522—0,00130 —0,00134	—0,20809—0,00060 —0,00089	65
70	—0,20319—0,00140 —0,00149	—0,20622—0,00065 —0,00101	—0,20840— 0 —0,00059	70
75	—0,20420—0,00070 —0,00113	—0,20655— 0 —0,00068	—0,20809+0,00060 —0,00029	75
80	—0,20454— 0 —0,00078	—0,20622+0,00065 —0,00036	—0,20711+0,00120 +0,00000	80
85	—0,20420+0,00070 —0,00044	—0,20522+0,00130 —0,00004	—0,20546+0,00181 +0,00030	85
90	—0,20319+0,00140 +0,00009	—0,20355+0,00195 +0,00028	—0,20313+0,00242 +0,00060	90
95	—0,20149+0,00211 +0,00025	—0,20120+0,00262 +0,00060	—0,20013+0,00305 +0,00090	95
100	—0,19910+0,00282 +0,00060	—0,19815+0,00330 +0,00093	—0,19642+0,00369 +0,00121	100
105	—0,19601+0,00356 +0,00095	—0,19439+0,00400 +0,00126	—0,19200+0,00435 +0,00152	105
110	—0,19219+0,00431 +0,00130	—0,18990+0,00471 +0,00159	—0,18684+0,00504 +0,00184	110
115	—0,18763+0,00508 +0,00166	—0,18466+0,00545 +0,00194	—0,18090+0,00575 +0,00216	115
120	—0,18230+0,00588 +0,00208	—0,17863+0,00622 +0,00229	—0,17415+0,00649 +0,00250	120
125	—0,17616+0,00672 +0,00241	—0,17177+0,00703 +0,00265	—0,16655+0,00727 +0,00285	125
130	—0,16917+0,00760 +0,00280	—0,16403+0,00788 +0,00303	—0,15805+0,00810 +0,00341	130
135	—0,16129+0,00852 +0,00321	—0,15537+0,00879 +0,00343	—0,14858+0,00898 +0,00361	135
140	—0,15244+0,00951 +0,00364	—0,14570+0,00976 +0,00385	—0,13806+0,00993 +0,00401	140
145	—0,14254+0,01057 +0,00409	—0,13495+0,01080 +0,00429	—0,12640+0,01094 +0,00445	145
150	—0,13152+0,01172 +0,00456	—0,12300+0,01194 +0,00476	—0,11349+0,01209 +0,00492	150
155	—0,11923+0,01298 +0,00508	—0,10972+0,01320 +0,00527	—0,09916+0,01334 +0,00542	155
160	—0,10551+0,01439 +0,00563	—0,09493+0,01460 +0,00582	—0,08322+0,01475 +0,00598	160
165	—0,09015+0,01597 +0,00623	—0,07839+0,01621 +0,00643	—0,06539+0,01637 +0,00660	165
170	—0,07283+0,01781 +0,00690	—0,05973+0,01808 +0,00711	—0,04528+0,01829 +0,00729	170
175	—0,05301+0,02002 +0,00765	—0,03837+0,02035 +0,00788	—0,02223+0,02063 +0,00809	175
180	—0,02956+0,02290 +0,00852	—0,01302+0,02336 +0,00879	0,00523+0,02379 +0,00903	180

*) Les signes D_1 et E_1 se repètent le long de chaque colonne.

TABLE I.

Valeurs de $(-\xi_1)$ en fonction de ϑ pour $\beta = 50, 60, 70$.

ϑ^0	$\beta = 50^0$	$\beta = 60^0$	$\beta = 70^0$	ϑ^0
— 180	0,02537+0,02419D_1+0,00926E_1	0,04771+0,02453D_1+0,00947E_1	0,07253+0,02486D_1+0,00965E_1	— 180
— 175	0,06321+0,02918 +0,01056	0,08934+0,02911 +0,01088	0,11861+0,03071 +0,01120	— 175
— 170	0,10435+0,03404 +0,01222	0,13449+0,03504 +0,01270	0,16842+0,03611 +0,01322	— 170
— 165	0,14608+0,03788 +0,01412	0,17993+0,03888 +0,01477	0,21808+0,03987 +0,01549	— 165
— 160	0,18682+0,04031 +0,01608	0,22383+0,04099 +0,01686	0,26541+0,04149 +0,01770	— 160
— 155	0,22548+0,04114 +0,01791	0,26489+0,04120 +0,01872	0,30886+0,04083 +0,01953	— 155
— 150	0,26121+0,04034 +0,01941	0,30213+0,03950 +0,02010	0,34728+0,03794 +0,02067	— 150
— 145	0,29409+0,03819 +0,02041	0,33478+0,03599 +0,02080	0,37980+0,03302 +0,02089	— 145
— 140	0,32135+0,03407 +0,02076	0,36223+0,03087 +0,02065	0,40573+0,02637 +0,02002	— 140
— 135	0,34480+0,02891 +0,02034	0,38405+0,02440 +0,01956	0,42459+0,01836 +0,01798	— 135
— 130	0,36336+0,02391 +0,01910	0,39986+0,01687 +0,01747	0,43604+0,00942 +0,01477	— 130
— 125	0,37679+0,01559 +0,01644	0,40944+0,00862 +0,01441	0,43988+ 0 +0,01049	— 125
— 120	0,38491+0,00794 +0,01410	0,41265+ 0 +0,01047	0,43604—0,00942 +0,00535	— 120
— 115	0,38763+ 0 +0,01045	0,40944—0,00862 +0,00580	0,42459—0,01836 —0,00038	— 115
— 110	0,38491—0,00794 +0,00617	0,39986—0,01687 +0,00060	0,40573—0,02637 —0,00635	— 110
— 105	0,37679—0,01559 +0,00143	0,38405—0,02440 —0,00484	0,37980—0,03302 —0,01213	— 105
— 100	0,36336—0,02391 —0,00356	0,36223—0,03087 —0,01022	0,34728—0,03794 —0,01727	— 100
— 95	0,34480—0,02891 —0,00856	0,33478—0,03599 —0,01519	0,30886—0,04083 —0,02130	— 95
— 90	0,32135—0,03407 —0,01331	0,30213—0,03950 —0,01940	0,26541—0,04149 —0,02390	— 90
— 85	0,29409—0,03819 —0 01752	0,26489—0,04120 —0,02248	0,21808—0,03987 —0,02438	— 85
— 80	0,26121—0,04034 —0,02091	0,22383—0,04099 —0,02413	0,16842—0,03611 —0,02290	— 80
— 75	0,22548—0,04114 —0 02322	0,17993—0,03888 —0,02411	0,11861—0,03071 —0,01951	— 75
— 70	0,18682—0,04031 —0 02421	0,13449—0,03504 —0,02234	0,07253—0,02486 —0,01520	— 70
— 65	0,14608—0,03788 —0,02374	0,08934—0,02911 —0,01904	0,03689—0,02112 —0,01258	— 65
— 60	0,10435—0,03404 —0,02180	0,04771—0,02453 —0,01507	0,00748—0,01849 —0,01086	— 60
— 55	0,06321—0,02918 —0,01860	0,01518—0,02102 —0,01260	—0,01793—0,01643 —0,00956	— 55
— 50	0,02537—0,02419 —0,01492	—0,01185—0,01850 —0,01094	—0,04033—0,01476 —0,00851	— 50
— 45	—0,00446—0,02087 —0,01259	—0,03530—0,01649 —0,00967	—0,06033—0,01331 —0,00764	— 45
— 40	—0,02939—0,01845 —0,01099	—0,05603—0,01483 —0,00864	—0,07830—0,01206 —0,00691	— 40
— 35	—0,05108—0,01649 —0,00974	—0,07456—0,01340 —0,00778	—0,09453—0,01096 —0,00626	— 35
— 30	—0,07029—0,01485 —0,00873	—0,09121—0,01215 —0,00703	—0,10923—0,00998 —0,00570	— 30
— 25	—0,08746—0,01343 —0,00787	—0,10626—0,01104 —0,00639	—0,12258—0,00908 —0,00519	— 25
— 20	—0,10291—0,01218 —0,00712	—0,11990—0,01006 —0,00581	—0,13471—0,00827 —0,00473	— 20
— 15	—0,11685—0,01106 —0,00646	—0,13223—0,00913 —0,00529	—0,14572—0,00752 —0,00432	— 15
— 10	—0,12945—0,01004 —0,00588	—0,14342—0,00829 —0,00482	—0,15570—0,00682 —0,00393	— 10
— 5	—0,14077—0,00911 —0,00535	—0,15356—0,00751 —0,00439	—0,16472—0,00616 —0,00357	— 5
0	—0,15117—0,00825 —0,00486	—0,16271—0,00678 —0,00398	—0,17285—0,00554 —0,00324	0
5	—0,16047—0,00745 —0,00442	—0,17095—0,00610 —0,00361	—0,18014—0,00495 —0,00292	5
10	—0,16882—0,00669 —0,00400	—0,17832—0,00545 —0,00326	—0,18662—0,00439 —0,00262	10
15	—0,17630—0,00598 —0,00361	—0,18488—0,00483 —0,00293	—0,19233—0,00385 —0,00234	15
20	—0,18294—0,00529 —0,00325	—0,19066—0,00423 —0,00261	—0,19731—0,00333 —0,00207	20
25	—0,18880—0,00465 —0,00290	—0,19570—0,00367 —0,00231	—0,20158—0,00283 —0,00180	25
30	—0,19389—0,00402 —0,00257	—0,20001—0,00311 —0,00202	—0,20515—0,00234 —0,00155	30
35	—0,19826—0,00341 —0,00225	—0,20363—0,00257 —0,00174	—0,20806—0,00186 —0,00130	35
40	—0,20191—0,00282 —0,00194	—0,20656—0,00204 —0,00147	—0,21031—0,00139 —0,00126	40
45	—0,20488—0,00224 —0,00164	—0,20883—0,00153 —0,00120	—0,21190—0,00092 —0,00082	45
50	—0,20717—0,00167 —0,00135	—0,21044—0,00101 —0,00094	—0,21286—0,00046 —0,00059	50
55	—0,20880—0,00111 —0,00106	—0,21141—0,00051 —0,00068	—0,21318— 0 —0,00036	55
60	—0,20977—0,00055 —0,00078	—0,21173— 0 —0,00043	—0,21286+0,00046 —0,00013	60
65	—0,21010— 0 —0,00051	—0,21141+0,00051 —0,00018	—0,21190+0,00092 +0,00010	65
70	—0,20977+0,00055 —0,00023	—0,21044+0,00101 +0,00007	—0,21031+0,00139 +0,00033	70
75	—0,20880+0,00111 +0,00004	—0,20883+0,00153 +0,00033	—0,20806+0,00186 +0,00056	75
80	—0,20717+0,00167 +0,00038	—0,20656+0,00204 +0,00058	—0,20515+0,00234 +0,00079	80
85	—0,20488+0,00224 +0,00059	—0,20363+0,00257 +0,00083	—0,20158+0,00283 +0,00103	85
90	—0,20191+0,00282 +0,00087	—0,20001+0,00311 +0,00109	—0,19731+0,00333 +0,00127	90
95	—0,19826+0,00341 +0,00115	—0,19570+0,00367 +0,00136	—0,19233+0,00385 +0,00152	95
100	—0,19389+0,00402 +0,00144	—0,19066+0,00423 +0,00162	—0,18662+0,00439 +0,00177	100
105	—0,18880+0,00465 +0,00173	—0,18488+0,00483 +0,00190	—0,18014+0,00495 +0,00203	105
110	—0,18294+0,00529 +0,00203	—0,17832+0,00545 +0,00219	—0,17285+0,00554 +0,00230	110
115	—0,17630+0,00598 +0,00235	—0,17095+0,00610 +0,00249	—0,16472+0,00616 +0,00259	115
120	—0,16882+0,00669 +0,00267	—0,16271+0,00678 +0,00280	—0,15570+0,00682 +0,00289	120
125	—0,16047+0,00745 +0,00301	—0,15356+0,00751 +0,00313	—0,14572+0,00752 +0,00320	125
130	—0,15117+0,00825 +0,00337	—0,14342+0,00829 +0,00347	—0,13471+0,00827 +0,00353	130
135	—0,14077+0,00911 +0,00374	—0,13223+0,00913 +0,00384	—0,12258+0,00908 +0,00389	135
140	—0,12945+0,01004 +0,00414	—0,11990+0,01006 +0,00427	—0,10923+0,00998 +0,00428	140
145	—0,11685+0,01106 +0,00457	—0,10626+0,01104 +0,00465	—0,09453+0,01096 +0,00469	145
150	—0,10291+0,01218 +0,00504	—0,09121+0,01215 +0,00512	—0,07830+0,01206 +0,00515	150
155	—0,08746+0,01343 +0,00554	—0,07456+0,01340 +0,00562	—0,06033+0,01331 +0,00566	155
160	—0,07029+0,01485 +0,00610	—0,05603+0,01483 +0,00619	—0,04033+0,01476 +0,00623	160
165	—0,05108+0,01649 +0,00673	—0,03530+0,01649 +0,00682	—0,01793+0,01643 +0,00688	165
170	—0,02932+0,01845 +0,00744	—0,01185+0,01850 +0,00755	0,00748+0,01849 +0,00763	170
175	—0,00446+0,02087 +0,00826	0,01518+0,02102 +0,00841	0,03689+0,02112 +0,00853	175
180	0,02537+0,02419 +0,00926	0,04771+0,02453 +0,00947	0,07253+0,02486 +0,00965	180

TABLE I.

Valeurs de $(-\xi_1)$ en fonction de ϑ pour $\beta = 80^0, 90^0, 100^0$.

ϑ^0	$\beta = 80^0$			$\beta = 90^0$			$\beta = 100^0$			ϑ^0
— 180	0,10025	+0,02515D_1	+0,00982E_1	0,13143	+0,02542D_1	+0,00998E_1	0,16682	+0,02565D_1	+0,01011E_1	— 180
— 175	0,15165	+0,03156	+0,01153	0,18932	+0,03250	+0,01190	0,23282	+0,03357	+0,01231	— 175
— 170	0,20784	+0,03725	+0,01380	0,25122	+0,03846	+0,01447	0,30271	+0,03971	+0,01527	— 170
— 165	0,26145	+0,04079	+0,01630	0,31122	+0,04157	+0,01721	0,36900	+0,04202	+0,01826	— 165
— 160	0,31246	+0,04167	+0,01860	0,36605	+0,04132	+0,01954	0,42751	+0,04004	+0,02045	— 160
— 155	0,35813	+0,03980	+0,02029	0,41345	+0,03773	+0,02090	0,47547	+0,03403	+0,02112	— 155
— 150	0,39711	+0,03533	+0,02100	0,45181	+0,03116	+0,02086	0,51097	+0,02467	+0,01977	— 150
— 145	0,42839	+0,02861	+0,02047	0,47997	+0,02218	+0,01913	0,53275	+0,01295	+0,01621	— 145
— 140	0,45123	+0,02011	+0,01853	0,49716	+0,01152	+0,01565	0,54009	+ 0	+0,01055	— 140
— 135	0,46513	+0,01037	+0,01517	0,50295	+ 0	+0,01053	0,53275	—0,01295	+0,00326	— 135
— 130	0,46979	+ 0	+0,01051	0,49716	—0,01152	+0,00412	0,51097	—0,02467	—0,00490	— 130
— 125	0,46513	—0,01037	+0,00480	0,47997	—0,02218	—0,00305	0,47547	—0,03403	—0,01291	— 125
— 120	0,45123	—0,02011	—0,00158	0,45181	—0,03116	—0,01030	0,42751	—0,04004	—0,01959	— 120
— 115	0,42839	—0,02861	—0,00815	0,41345	—0,03773	—0,01683	0,36900	—0,04202	—0,03667	— 115
— 110	0,39711	—0,03533	—0,01433	0,36605	—0,04132	—0,02178	0,30271	—0,03971	—0,02444	— 110
— 105	0,35813	—0,03980	—0,01951	0,31122	—0,04157	—0,02435	0,23282	—0,03357	—0,02126	— 105
— 100	0,31246	—0,04167	—0,02308	0,25122	—0,03846	—0,02399	0,16682	—0,02565	—0,01554	— 100
— 95	0,26145	—0,04079	—0,02450	0,18932	—0,03250	—0,02060	0,11800	—0,02095	—0,01226	— 95
— 90	0,20784	—0,03725	—0,02345	0,13143	—0,02542	—0,01544	0,07902	—0,01792	—0,01029	— 90
— 85	0,15165	—0,03156	—0,02003	0,08784	—0,02109	—0,01242	0,04594	—0,01567	—0,00889	— 85
— 80	0,10025	—0,02515	—0,01533	0,05257	—0,01822	—0,01054	0,01715	—0,01389	—0,00781	— 80
— 75	0,06098	—0,02114	—0,01252	0,02243	—0,01604	—0,00917	—0,00832	—0,01244	—0,00695	— 75
— 70	0,02886	—0,01840	—0,01073	—0,00396	—0,01429	—0,00810	—0,03107	—0,01121	—0,00623	— 70
— 65	0,00123	—0,01629	—0,00959	—0,02738	—0,01284	—0,00724	—0,05156	—0,01016	—0,00562	— 65
— 60	—0,02304	—0,01457	—0,00833	—0,04837	—0,01160	—0,00651	—0,07010	—0,00924	—0,00510	— 60
— 55	—0,04466	—0,01312	—0,00747	—0,06730	—0,01053	—0,00589	—0,08694	—0,00842	—0,00464	— 55
— 50	—0,06406	—0,01188	—0,00673	—0,08444	—0,00958	—0,00535	—0,10227	—0,00768	—0,00423	— 50
— 45	—0,08157	—0,01079	—0,00610	—0,10002	—0,00874	—0,00487	—0,11625	—0,00702	—0,00387	— 45
— 40	—0,09745	—0,00983	—0,00555	—0,11420	—0,00797	—0,00445	—0,12900	—0,00641	—0,00354	— 40
— 35	—0,11187	—0,00896	—0,00505	—0,13177	—0,00728	—0,00406	—0,14063	—0,00585	—0,00323	— 35
— 30	—0,12499	—0,00817	—0,00461	—0,13890	—0,00663	—0,00371	—0,15123	—0,00533	—0,00295	— 30
— 25	—0,13693	—0,00744	—0,00421	—0,14961	—0,00604	—0,00338	—0,16086	—0,00484	—0,00269	— 25
— 20	—0,14778	—0,00677	—0,00384	—0,15934	—0,00548	—0,00308	—0,16958	—0,00441	—0,00244	— 20
— 15	—0,15762	—0,00614	—0,00350	—0,16815	—0,00496	—0,00280	—0,17746	—0,00394	—0,00221	— 15
— 10	—0,16653	—0,00555	—0,00318	—0,17610	—0,00447	—0,00254	—0,18453	—0,00353	—0,00200	— 10
— 5	—0,17457	—0,00500	—0,00288	—0,18336	—0,00400	—0,00229	—0,19083	—0,00313	—0,00179	— 5
0	—0,18177	—0,00447	—0,00260	—0,18958	—0,00354	—0,00205	—0,19639	—0,00275	—0,00159	0
5	—0,18818	—0,00396	—0,00233	—0,19519	—0,00311	—0,00183	—0,20124	—0,00238	—0,00140	5
10	—0,19384	—0,00348	—0,00208	—0,20007	—0,00269	—0,00161	—0,20540	—0,00202	—0,00121	10
15	—0,19877	—0,00301	—0,00185	—0,20427	—0,00229	—0,00140	—0,20889	—0,00167	—0,00103	15
20	—0,20299	—0,00256	—0,00160	—0,20778	—0,00189	—0,00120	—0,21172	—0,00122	—0,00086	20
25	—0,20654	—0,00211	—0,00137	—0,21064	—0,00150	—0,00100	—0,21392	—0,00099	—0,00069	25
30	—0,20942	—0,00168	—0,00114	—0,21285	—0,00112	—0,00080	—0,21548	—0,00066	—0,00052	30
35	—0,21164	—0,00125	—0,00093	—0,21442	—0,00075	—0,00061	—0,21641	—0,00033	—0,00035	35
40	—0,21323	—0,00083	—0,00071	—0,21536	—0,00037	—0,00042	—0,21672	— 0	—0,00019	40
45	—0,21418	—0,00042	—0,00050	—0,21567	— 0	—0,00024	—0,21641	+0,00033	—0,00002	45
50	—0,21449	— 0	—0,00029	—0,21536	+0,00037	—0,00005	—0,21548	+0,00066	+0,00014	50
55	—0,21418	+0,00042	—0,00009	—0,21442	+0,00075	+0,00013	—0,21392	+0,00099	+0,00031	55
60	—0,21323	+0,00083	+0,00012	—0,21285	+0,00112	+0,00032	—0,21172	+0,00122	+0,00047	60
65	—0,21164	+0,00125	+0,00033	—0,21064	+0,00150	+0,00051	—0,20889	+0,00167	+0,00064	65
70	—0,20942	+0,00168	+0,00054	—0,20778	+0,00189	+0,00070	—0,20540	+0,00202	+0,00081	70
75	—0,20654	+0,00211	+0,00075	—0,20427	+0,00229	+0,00089	—0,20124	+0,00238	+0,00098	75
80	—0,20299	+0,00256	+0,00096	—0,20007	+0,00269	+0,00108	—0,19639	+0,00275	+0,00116	80
85	—0,19877	+0,00301	+0,00118	—0,19519	+0,00311	+0,00128	—0,19083	+0,00313	+0,00134	85
90	—0,19384	+0,00348	+0,00140	—0,18958	+0,00354	+0,00149	—0,18453	+0,00353	+0,00153	90
95	—0,18818	+0,00396	+0,00163	—0,18336	+0,00400	+0,00170	—0,17746	+0,00394	+0,00173	95
100	—0,18177	+0,00447	+0,00187	—0,17610	+0,00447	+0,00197	—0,16958	+0,00441	+0,00194	100
105	—0,17457	+0,00500	+0,00212	—0,16815	+0,00496	+0,00216	—0,16086	+0,00484	+0,00215	105
110	—0,16653	+0,00555	+0,00237	—0,15934	+0,00548	+0,00240	—0,15123	+0,00533	+0,00238	110
115	—0,15762	+0,00614	+0,00264	—0,14961	+0,00604	+0,00266	—0,14063	+0,00585	+0,00262	115
120	—0,14778	+0,00677	+0,00293	—0,13890	+0,00663	+0,00293	—0,12900	+0,00641	+0,00287	120
125	—0,13693	+0,00744	+0,00323	—0,13177	+0,00728	+0,00322	—0,11625	+0,00702	+0,00315	125
130	—0,12499	+0,00817	+0,00355	—0,11420	+0,00797	+0,00353	—0,10227	+0,00768	+0,00345	130
135	—0,11187	+0,00896	+0,00390	—0,10002	+0,00874	+0,00386	—0,08694	+0,00842	+0,00378	135
140	—0,09745	+0,00983	+0,00415	—0,08444	+0,00958	+0,00423	—0,07010	+0,00924	+0,00414	140
145	—0,08157	+0,01079	+0,00469	—0,06730	+0,01053	+0,00464	—0,05156	+0,01016	+0,00453	145
150	—0,06406	+0,01188	+0,00515	—0,04837	+0,01160	+0,00509	—0,03107	+0,01121	+0,00498	150
155	—0,04466	+0,01312	+0,00565	—0,02738	+0,01284	+0,00560	—0,00832	+0,01244	+0,00549	155
160	—0,02304	+0,01457	+0,00623	—0,00396	+0,01429	+0,00618	0,01715	+0,01389	+0,00608	160
165	0,00123	+0,01629	+0,00689	0,02243	+0,01604	+0,00686	0,04594	+0,01567	+0,00678	165
170	0,02886	+0,01840	+0,00767	0,05257	+0,01822	+0,00767	0,07902	+0,01792	+0,00762	170
175	0,06098	+0,02114	+0,00862	0,08784	+0,02109	+0,00867	0,11800	+0,02095	+0,00868	175
180	0,10025	+0,02515	+0,00982	0,13143	+0,02542	+0,00998	0,16682	+0,02565	+0,01011	180

TABLE I.

Valeurs de $(-\xi_1)$ en fonction de ϑ pour $\beta = 110^0, 120^0, 130^0$

ϑ^0	$\beta' = 110^0$	$\beta' = 120^0$	$\beta' = 130^0$	ϑ^0
— 180	0,20748+0,02586D_1+0,01023E_1	0,25496+0,02604D_1+0,01033E_1	0,31165+0,02619D_1+0,01041E_1	— 180
— 175	0,28388+0,03481 +0,01280	0,34519+0,03628 +0,01343	0,42116+0,03808 +0,01429	— 175
— 170	0,36365+0,04094 +0,01624	0,43733+0,04198 +0,01746	0,52881+0,04229 +0,01898	— 170
— 165	0,43691+0,04182 +0,01941	0,51780+0,04022 +0,02057	0,61500+0,03574 +0,02129	— 165
— 160	0,49821+0,03717 +0,02113	0,57945+0,03136 +0,02101	0,67004+0,02031 +0,01871	— 160
— 155	0,54426+0,02769 +0,02043	0,61780+0,01711 +0,01770	0,68891+ 0 +0,01059	— 155
— 150	0,57268+0,01475 +0,01688	0,63110+ 0 +0,01058	0,67004—0,02031 —0,00160	— 150
— 145	0,58229+ 0 +0,01057	0,61780—0,01711 +0,00059	0,61500—0,03574 —0,01445	— 145
— 140	0,57268—0,01475 +0,00213	0,57945—0,03136 —0,01036	0,52881—0,04229 —0,02331	— 140
— 135	0,54426—0,02769 —0,00727	0,51780—0.04022 —0,01966	0,42116—0,03808 —0,02379	— 135
— 130	0,49821—0,03717 —0,01603	0,43733—0,04198 —0,02452	0,31165—0,02619 —0,01577	— 130
— 125	0,43691—0,04182 —0,02240	0,34519—0,03628 —0,02285	0,23683—0,01966 —0,01128	— 125
— 120	0,36365—0,04094 —0,02470	0,25496—0,02604 —0,01571	0,18083—0,01604 —0,00899	— 120
— 115	0,28388—0,03481 —0,02200	0,19129—0,02027 —0,01171	0,13505—0,01358 —0,00750	— 115
— 110	0,20748—0,02586 —0,01563	0,14231—0,01687 —0,00954	0,09620—0,01176 —0,00643	— 110
— 105	0,15216—0,02068 —0,01203	0,10165—0,01448 —0,00808	0,06247—0,01034 —0,00561	— 105
— 100	0,10870—0,01748 —0,00997	0,06676—0,01266 —0,00699	0,03276—0,00920 —0,00496	— 100
— 95	0,07218—0,01516 —0,00853	0,03625—0,01122 —0,00615	0,00628—0,00825 —0,00443	— 95
— 90	0,04059—0,01336 —0,00744	0,00920—0,01004 —0,00547	—0,01750—0,00745 —0,00398	— 90
— 85	0,01279—0,01191 —0,00659	—0,01501—0,00904 —0,00491	—0,03898—0,00675 —0,00360	— 85
— 80	—0,01197—0,01070 —0,00589	—0,03682—0,00819 —0,00442	—0,05847—0,00615 —0,00327	— 80
— 75	—0,03420—0,00967 —0,00530	—0,05658—0,00744 —0,00401	—0,07623—0,00561 —0,00298	— 75
— 70	—0,05428—0,00877 —0,00479	—0,07454—0,00679 —0,00365	—0,09243—0,00513 —0,00272	— 70
— 65	—0,07250—0,00799 —0,00436	—0,09091—0,00620 —0,00339	—0,10725—0,00469 —0,00249	— 65
— 60	—0,08909—0,00729 —0,00397	—0,10586—0,00567 —0,00305	—0,12080—0,00430 —0,00228	— 60
— 55	—0,10421—0,00666 —0,00363	—0,11953—0,00519 —0,00279	—0,13319—0,00393 —0,00210	— 55
— 50	—0,11802—0,00609 —0,00332	—0,13202—0,00474 —0,00255	—0,14452—0,00359 —0,00191	— 50
— 45	—0,13063—0,00557 —0,00303	—0,14344—0,00433 —0,00233	—0,15486—0,00328 —0,00174	— 45
— 40	—0,14214—0,00508 —0,00277	—0,15384—0,00395 —0,00213	—0,16427—0,00297 —0,00160	— 40
— 35	—0,15264—0,00463 —0,00253	—0,16332—0,00358 —0,00194	—0,17282—0,00270 —0,00145	— 35
— 30	—0,16218—0,00421 —0,00231	—0,17191—0,00325 —0,00177	—0,18053—0,00243 —0,00131	— 30
— 25	—0,17084—0,00382 —0,00210	—0,17967—0,00293 —0,00166	—0,18746—0,00218 —0,00118	— 25
— 20	—0,17865—0,00343 —0,00190	—0,18664—0,00262 —0,00144	—0,19365—0,00193 —0,00106	— 20
— 15	—0,18567—0,00307 —0,00171	—0,19286—0,00232 —0,00125	—0,19911—0,00170 —0,00094	— 15
— 10	—0,19192—0,00273 —0,00153	—0,19835—0,00205 —0,00114	—0,20388—0,00147 —0,00082	— 10
— 5	—0,19744—0,00240 —0,00136	—0,20314—0,00177 —0,00100	—0,20797—0,00125 —0,00070	— 5
0	—0,20226—0,00207 —0,00120	—0,20725—0,00151 —0,00087	—0,21140—0,00103 —0,00059	0
5	—0,20639—0,00176 —0,00104	—0,21070—0,00124 —0,00073	—0,21419—0,00084 —0,00049	5
10	—0,20986—0,00146 —0,00088	—0,21350—0,00099 —0,00060	—0,21635—0,00061 —0,00038	10
15	—0,21268—0,00116 —0,00073	—0,21567—0,00074 —0,00047	—0,21789—0,00041 —0,00027	15
20	—0,21486—0,00087 —0,00058	—0,21721—0,00049 —0,00042	—0,21881—0,00020 —0,00018	20
25	—0,21641—0,00057 —0,00043	—0,21814—0,00024 —0,00023	—0,21912+ 0 —0,00008	25
30	—0,21734—0,00029 —0,00029	—0,21844+ 0 —0,00011	—0,21881+0,00020 +0,00002	30
35	—0,21765+ 0 —0,00014	—0,21814+0,00024 +0,00002	—0,21789+0,00041 +0,00014	35
40	—0,21734+0,00029 +0,00000	—0,21721+0,00049 +0,00014	—0,21635+0,00061 +0,00023	40
45	—0,21641+0,00057 +0,00014	—0,21567+0,00074 +0,00026	—0,21419+0,00084 +0,00034	45
50	—0,21486+0,00087 +0,00029	—0,21350+0,00099 +0,00039	—0,21140+0,00103 +0,00044	50
55	—0,21268+0,00116 +0,00043	—0,21070+0,00124 +0,00051	—0,20797+0,00125 +0,00055	55
60	—0,20986+0,00146 +0,00058	—0,20725+0,00151 +0,00064	—0,20388+0,00147 +0,00065	60
65	—0,20639+0,00176 +0,00073	—0,20314+0,00177 +0,00077	—0,19911+0,00170 +0,00076	65
70	—0,20226+0,00207 +0,00088	—0,19835+0,00205 +0,00090	—0,19365+0,00193 +0,00085	70
75	—0,19744+0,00240 +0,00103	—0,19286+0,00232 +0,00104	—0,18746+0,00218 +0,00100	75
80	—0,19192+0,00273 +0,00119	—0,18664+0,00262 +0,00118	—0,18053+0,00243 +0,00112	80
85	—0,18567+0,00307 +0,00136	—0,17967+0,00293 +0,00133	—0,17282+0,00270 +0,00125	85
90	—0,17865+0,00343 +0,00153	—0,17191+0,00325 +0,00148	—0,16427+0,00297 +0,00138	90
95	—0,17084+0,00382 +0,00171	—0,16332+0,00358 +0,00165	—0,15486+0,00328 +0,00153	95
100	—0,16218+0,00421 +0,00190	—0,15384+0,00395 +0,00181	—0,14452+0,00359 +0,00167	100
105	—0,15264+0,00463 +0,00210	—0,14344+0,00433 +0,00200	—0,13319+0,00393 +0,00183	105
110	—0,14214+0,00508 +0,00231	—0,13202+0,00474 +0,00219	—0,12080+0,00430 +0,00201	110
115	—0,13063+0,00557 +0,00253	—0,11953+0,00519 +0,00239	—0,10725+0,00469 +0,00221	115
120	—0,11802+0,00609 +0,00277	—0,10586+0,00567 +0,00262	—0,09243+0,00513 +0,00240	120
125	—0,10421+0,00666 +0,00304	—0,09091+0,00620 +0,00278	—0,07623+0,00561 +0,00263	125
130	—0,08909+0,00729 +0,00333	—0,07454+0,00679 +0,00313	—0,05847+0,00615 +0,00288	130
135	—0,07250+0,00799 +0,00363	—0,05658+0,00744 +0,00343	—0,03898+0,00675 +0,00315	135
140	—0,05428+0,00877 +0,00398	—0,03682+0,00819 +0,00376	—0,01750+0,00745 +0,00347	140
145	—0,03420+0,00967 +0,00437	—0,01501+0,00904 +0,00413	0,00628+0,00825 +0,00382	145
150	—0,01197+0,01070 +0,00481	0,00920+0,01004 +0,00457	0,03276+0,00920 +0,00424	150
155	0,01279+0,01191 +0,00532	0,03625+0,01122 +0,00507	0,06247+0,01034 +0,00474	155
160	0,04059+0,01336 +0,00592	0,06676+0,01266 +0,00567	0,09620+0,01176 +0,00533	160
165	0,07218+0,01516 +0,00663	0,10165+0,01448 +0,00640	0,13505+0,01358 +0,00607	165
170	0,10870+0,01748 +0,00751	0,14231+0,01687 +0,00733	0,18083+0,01604 +0.00705	170
175	0,15216+0,02068 +0,00865	0,19129+0,02027 +0,00855	0,23683+0,01966 +0,00837	175
180	0,20748+0,02586 +0,01023	0,25496+0,02604 +0,01033	0,31165+0,02619 +0,01041	180

TABLE II*)

Valeurs de ξ_2 en fonction de ϑ pour $\beta + \gamma = 80^0, 90^0$.

$\beta+\gamma=80^0$					$\beta+\gamma=90^0$					
β=20 γ=60	β=30 γ=50	β=40 γ=40	β=50 γ=30	ξ_2	β=20 γ=70	β=30 γ=60	β=40 γ=50	β=50 γ=40	β=60 γ=30	ξ_2
ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0		ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	
—150	—160	—170	—180	0,21548—0,00066D_2—0,00014E_2	—140	—150	—160	—170	—180	0,21285—0,00112D_2—0,00032E_2
—145	—155	—165	—175	0,21392—0,00099 —0,00031	—135	—145	—155	—165	—175	0,21064—0,00150 —0,00051
—140	—150	—160	—170	0,21172—0,00122 —0,00047	—130	—140	—150	—160	—170	0,20778—0,00189 —0,00070
—135	—145	—155	—165	0,20889—0,00167 —0,00064	—125	—135	—145	—155	—165	0,20427—0,00229 —0,00089
—130	—140	—150	—160	0,20540—0,00202 —0,00081	—120	—130	—140	—150	—160	0,20007—0,00269 —0,00108
—125	—135	—145	—155	0,20124—0,00238 —0,00098	—115	—125	—135	—145	—155	0,19519—0,00311 —0,00128
—120	—130	—140	—150	0,19639—0,00275 —0,00116	—110	—120	—130	—140	—150	0,18958—0,00354 —0,00149
—115	—125	—135	—145	0,19083—0,00313 —0,00134	—105	—115	—125	—135	—145	0,18323—0,00400 —0,00170
—110	—120	—130	—140	0,18453—0,00353 —0,00153	—100	—110	—120	—130	—140	0,17610—0,00447 —0,00197
—105	—115	—125	—135	0,17746—0,00394 —0,00173	—95	—105	—115	—125	—135	0,16815—0,00496 —0,00216
—100	—110	—120	—130	0,16958—0,00441 —0,00194	—90	—100	—110	—120	—130	0,15934—0,00548 —0,00240
—95	—105	—115	—125	0,16086—0,00484 —0,00215	—85	—95	—105	—115	—125	0,14961—0,00604 —0,00266
—90	—100	—110	—120	0,15123—0,00533 —0,00238	—80	—90	—100	—110	—120	0,13890—0,00663 —0,00293
—85	—95	—105	—115	0,14063—0,00585 —0,00262	—75	—85	—95	—105	—115	0,12713—0,00728 —0,00322
—80	—90	—100	—110	0,12900—0,00641 —0,00287	—70	—80	—90	—100	—110	0,11420—0,00797 —0,00353
—75	—85	—95	—105	0,11625—0,00702 —0,00315	—65	—75	—85	—95	—105	0,10002—0,00874 —0,00386
—70	—80	—90	—100	0,10227—0,00768 —0,00345	—60	—70	—80	—90	—100	0,08444—0,00958 —0,00423
—65	—75	—85	—95	0,08694—0,00842 —0,00378	—55	—65	—75	—85	—95	0,06730—0,01053 —0,00464
—60	—70	—80	—90	0,07010—0,00924 —0,00414	—50	—60	—70	—80	—90	0,04837—0,01160 —0,00509
—55	—65	—75	—85	0,05156—0,01016 —0,00453	—45	—55	—65	—75	—85	0,02738—0,01284 —0,00560
—50	—60	—70	—80	0,03107—0,01121 —0,00498	—40	—50	—60	—70	—80	0,00396—0,01429 —0,00618
—45	—55	—65	—75	0,00832—0,01244 —0,00549	—35	—45	—55	—65	—75	—0,02243—0,01604 —0,00686
—40	—50	—60	—70	—0,01715—0,01389 —0,00608	—30	—40	—50	—60	—70	—0,05257—0,01822 —0,00767
—35	—45	—55	—65	—0,04594—0,01567 —0,00678	—25	—35	—45	—55	—65	—0,08784—0,02109 —0,00867
—30	—40	—50	—60	—0,07902—0,01792 —0,00762	—20	—30	—40	—50	—60	—0,13143—0,02542 —0,00998
—25	—35	—45	—55	—0,11800—0,02095 —0,00868	—15	—25	—35	—45	—55	—0,18932—0,03250 —0,01190
—20	—30	—40	—50	—0,16682—0,02565 —0,01011	—10	—20	—30	—40	—50	—0,25122—0,03846 —0,01447
—15	—25	—35	—45	—0,23282—0,03357 —0,01231	—5	—15	—25	—35	—45	—0,31122—0,04157 —0,01721
—10	—20	—30	—40	—0,30271—0,03971 —0,01527	0	—10	—20	—30	—40	—0,36605—0,04132 —0,01954
—5	—15	—25	—35	—0,36900—0,04202 —0,01826	5	—5	—15	—25	—35	—0,41345—0,03773 —0,02090
0	—10	—20	—30	—0,42751—0,04004 —0,02045	10	0	—10	—20	—30	—0,45181—0,03116 —0,02086
5	—5	—15	—25	—0,47547—0,03403 —0,02112	15	5	—5	—15	—25	—0,47997—0,02218 —0,01913
10	0	—10	—20	—0,51097—0,02467 —0,01977	20	10	0	—10	—20	—0,49716—0,01152 —0,01565
15	5	—5	—15	—0,53275—0,01295 —0,01621	25	15	5	—5	—15	—0,50295+ 0 —0,01053
20	10	0	—10	—0,54009+ 0 —0,01055	30	20	10	0	—10	—0,49716+0,01152 —0,00412
25	15	5	—5	—0,53275+0,01295 —0,00326	35	25	15	5	—5	—0,47997+0,02218 +0,00305
30	20	10	0	—0,51097+0,02467 +0,00490	40	30	20	10	0	—0,45181+0,03116 +0,01030
35	25	15	5	—0,47547+0,03403 +0,01291	45	35	25	15	5	—0,41345+0,03773 +0,01683
40	30	20	10	—0,42751+0,04004 +0,01959	50	40	30	20	10	—0,36605+0,04132 +0,02178
45	35	25	15	—0,36900+0,04202 +0,02376	55	45	35	25	15	—0,31122+0,04157 +0,02435
50	40	30	20	—0,30271+0,03971 +0,02444	60	50	40	30	20	—0,25122+0,03846 +0,02399
55	45	35	25	—0,23282+0,03357 +0,02126	65	55	45	35	25	—0,18932+0,03250 +0,02060
60	50	40	30	—0,16682+0,02565 +0,01554	70	60	50	40	30	—0,13143+0,02542 +0,01544
65	55	45	35	—0,11800+0,02095 +0,01226	75	65	55	45	35	—0,08784+0,02109 +0,01242
70	60	50	40	—0,07902+0,01792 +0,01029	80	70	60	50	40	—0,05257+0,01822 +0,01054
75	65	55	45	—0,04594+0,01567 +0,00889	85	75	65	55	45	—0,02243+0,01604 +0,00917
80	70	60	50	—0,01715+0,01389 +0,00781	90	80	70	60	50	0,00396+0,01429 +0,00810
85	75	65	55	0,00832+0,01244 +0,00695	95	85	75	65	55	0,02738+0,01284 +0,00724
90	80	70	60	0,03107+0,01121 +0,00623	100	90	80	70	60	0,04837+0,01160 +0,00651
95	85	75	65	0,05156+0,01016 +0,00562	105	95	85	75	65	0,06730+0,01053 +0,00589
100	90	80	70	0,07010+0,00924 +0,00510	110	100	90	80	70	0,08444+0,00958 +0,00535
105	95	85	75	0,08694+0,00842 +0,00464	115	105	95	85	75	0,10002+0,00874 +0,00487
110	100	90	80	0,10227+0,00768 +0,00423	120	110	100	90	80	0,11420+0,00797 +0,00445
115	105	95	85	0,11625+0,00702 +0,00387	125	115	105	95	85	0,12713+0,00728 +0,00406
120	110	100	90	0,12900+0,00641 +0,00354	130	120	110	100	90	0,13890+0,00663 +0,00371
125	115	105	95	0,14063+0,00585 +0,00323	135	125	115	105	95	0,14961+0,00604 +0,00338
130	120	110	100	0,15123+0,00533 +0,00295	140	130	120	110	100	0,15934+0,00548 +0,00308
135	125	115	105	0,16086+0,00484 +0,00269	145	135	125	115	105	0,16815+0,00496 +0,00280
140	130	120	110	0,16958+0,00441 +0,00244	150	140	130	120	110	0,17610+0,00447 +0,00254
145	135	125	115	0,17746+0,00394 +0,00221	155	145	135	125	115	0,18323+0,00400 +0,00229
150	140	130	120	0,18453+0,00353 +0,00200	160	150	140	130	120	0,18958+0,00354 +0,00205
155	145	135	125	0,19083+0,00313 +0,00179	165	155	145	135	125	0,19519+0,00311 +0,00183
160	150	140	130	0,19639+0,00275 +0,00159	170	160	150	140	130	0,20007+0,00269 +0,00161
165	155	145	135	0,20124+0,00238 +0,00140	175	165	155	145	135	0,20427+0,00229 +0,00140
170	160	150	140	0,20540+0,00202 +0,00121	180	170	160	150	140	0,20778+0,00189 +0,00120
175	165	155	145	0,20889+0,00167 +0,00103	—175	175	165	155	145	0,21064+0,00150 +0,00100
180	170	160	150	0,21172+0,00122 +0,00086	—170	180	170	160	150	0,21285+0,00112 +0,00080
—175	175	165	155	0,21392+0,00099 +0,00069	—165	—175	175	165	155	0,21442+0,00075 +0,00061
—170	180	170	160	0,21548+0,00066 +0,00052	—160	—170	180	170	160	0,21536+0,00037 +0,00042
—165	—175	175	165	0,21641+0,00033 +0,00035	—155	—165	—175	175	165	0,21567+ 0 +0,00024
—160	—170	180	170	0,21672+ 0 +0,00019	—150	—160	—170	180	170	0,21536—0,00037 +0,00005
—155	—165	—175	175	0,21641—0,00033 +0,00002	—145	—155	—165	—175	175	0,21442—0,00075 —0,00013
—150	—160	—170	180	0,21548—0,00066 —0,00014	—140	—150	—160	—170	180	0,21285—0,00112 —0,00032

*) Les signes D_2 et E_2 se repètent le long de chaque colonne.

TABLE II

Valeurs de (ξ_2) en fonction de ϑ pour $\beta + \gamma = 100^0$, 110^0

$\beta + \gamma = 100^0$

β=30 γ=70 ϑ°	β=40 γ=60 ϑ°	β=50 γ=50 ϑ°	β=60 γ=40 ϑ°	ξ_2
—140	—150	—160	—170	0,20942—0,00168 D_2—0,00054 E_2
—135	—145	—155	—165	0,20654—0,00211 —0,00075
—130	—140	—150	—160	0,20299—0,00256 —0,00096
—125	—135	—145	—155	0,19877—0,00301 —0,00118
—120	—130	—140	—150	0,19384—0,00348 —0,00140
—115	—125	—135	—145	0,18818—0,00396 —0,00163
—110	—120	—130	—140	0,18177—0,00447 —0,00187
—105	—115	—125	—135	0,17457—0,00500 —0,00212
—100	—110	—120	—130	0,16653—0,00555 —0,00237
— 95	—105	—115	—125	0,15762—0,00614 —0,00264
— 90	—100	—110	—120	0,14778—0,00677 —0,00293
— 85	— 95	—105	—115	0,13693—0,00744 —0,00323
— 80	— 90	—100	—110	0,12499—0,00817 —0,00355
— 75	— 85	— 95	—105	0,11187—0,00896 —0,00390
— 70	— 80	— 90	—100	0,09745—0,00983 —0,00415
— 65	— 75	— 85	— 95	0,08157—0,01079 —0,00469
— 60	— 70	— 80	— 90	0,06406—0,01188 —0,00515
— 55	— 65	— 75	— 85	0,04466—0,01312 —0,00565
— 50	— 60	— 70	— 80	0,02304—0,01457 —0,00623
— 45	— 55	— 65	— 75	—0,00123—0,01629 —0,00689
— 40	— 50	— 60	— 70	—0,02886—0,01840 —0,00767
— 35	— 45	— 55	— 65	—0,06098—0,02114 —0,00862
— 30	— 40	— 50	— 60	—0,10025—0,02515 —0,00982
— 25	— 35	— 45	— 55	—0,15165—0,03156 —0,01153
— 20	— 30	— 40	— 50	—0,20784—0,03725 —0,01380
— 15	— 25	— 35	— 45	—0,26145—0,04079 —0,01630
— 10	— 20	— 30	— 40	—0,31246—0,04167 —0,01860
— 5	— 15	— 25	— 35	—0,35813—0,03980 —0,02029
0	— 10	— 20	— 30	—0,39711—0,03533 —0,02100
5	— 5	— 15	— 25	—0,42839—0,02861 —0,02047
10	0	— 10	— 20	—0,45123—0,02011 —0,01853
15	5	— 5	— 15	—0,46513—0,01037 —0,01517
20	10	0	— 10	—0,46979+ 0 —0,01051
25	15	5	— 5	—0,46513+0,01037 —0,00480
30	20	10	0	—0,45123+0,02011 +0,00158
35	25	15	5	—0,42839+0,02861 +0,00815
40	30	20	10	—0,39711+0,03533 +0,01433
45	35	25	15	—0,35813+0,03980 +0,01951
50	40	30	20	—0,31246+0,04167 +0,02308
55	45	35	25	—0,26145+0,04079 +0,02450
60	50	40	30	—0,20784+0,03725 +0,02345
65	55	45	35	—0,15165+0,03156 +0,02003
70	60	50	40	—0,10025+0,02515 +0,01533
75	65	55	45	—0,06098+0,02114 +0,01252
80	70	60	50	—0,02886+0,01840 +0,01073
85	75	65	55	—0,00123+0,01629 +0,00939
90	80	70	60	0,02304+0,01457 +0,00833
95	85	75	65	0,04466+0,01312 +0,00747
100	90	80	70	0,06406+0,01188 +0,00673
105	95	85	75	0,08157+0,01079 +0,00610
110	100	90	80	0,09745+0,00983 +0,00555
115	105	95	85	0,11187+0,00896 +0,00505
120	110	100	90	0,12499+0,00817 +0,00461
125	115	105	95	0,13693+0,00744 +0,00421
130	120	110	100	0,14778+0,00677 +0,00384
135	125	115	105	0,15762+0,00614 +0,00350
140	130	120	110	0,16653+0,00555 +0,00318
145	135	125	115	0,17457+0,00500 +0,00288
150	140	130	120	0,18177+0,00447 +0,00260
155	145	135	125	0,18818+0,00396 +0,00233
160	150	140	130	0,19384+0,00348 +0,00208
165	155	145	135	0,19877+0,00301 +0,00185
170	160	150	140	0,20299+0,00256 +0,00160
175	165	155	145	0,20654+0,00211 +0,00137
180	170	160	150	0,20942+0,00168 +0,00114
—175	175	165	155	0,21164+0,00125 +0,00093
—170	180	170	160	0,21323+0,00083 +0,00071
—165	—175	175	165	0,21418+0,00042 +0,00050
—160	—170	180	170	0,21449+ 0 +0,00029
—155	—165	—175	175	0,21418—0,00042 +0,00009
—150	—160	—170	—180	0,21323—0,00083 —0,00012
—145	—155	—165	—175	0,21164—0,00125 —0,00033
—140	—150	—160	—170	0,20942—0,00168 —0,00054

$\beta + \gamma = 110^0$

β=30 γ=80 ϑ°	β=40 γ=70 ϑ°	β=50 γ=60 ϑ°	β=60 γ=50 ϑ°	β=70 γ=40 ϑ°	ξ_2
—130	—140	—150	—160	—170	0,20515—0,00234 D_2—0,00079 E_2
—125	—135	—145	—155	—165	0,20158—0,00283 —0,00103
—120	—130	—140	—150	—160	0,19731—0,00333 —0,00127
—115	—125	—135	—145	—155	0,19233—0,00385 —0,00152
—110	—120	—130	—140	—150	0,18662—0,00439 —0,00177
—105	—115	—125	—135	—145	0,18014—0,00495 —0,00203
—100	—110	—120	—130	—140	0,17285—0,00554 —0,00230
— 95	—105	—115	—125	—135	0,16472—0,00616 —0,00259
— 90	—100	—110	—120	—130	0,15570—0,00682 —0,00289
— 85	— 95	—105	—115	—125	0,14572—0,00752 —0,00320
— 80	— 90	—100	—110	—120	0,13471—0,00827 —0,00353
— 75	— 85	— 95	—105	—115	0,12258—0,00908 —0,00389
— 70	— 80	— 90	—100	—110	0,10923—0,00998 —0,00428
— 65	— 75	— 85	— 95	—105	0,09453—0,01096 —0,00469
— 60	— 70	— 80	— 90	—100	0,07830—0,01206 —0,00515
— 55	— 65	— 75	— 85	— 95	0,06033—0,01331 —0,00566
— 50	— 60	— 70	— 80	— 90	0,04033—0,01476 —0,00623
— 45	— 55	— 65	— 75	— 85	0,01793—0,01643 —0,00688
— 40	— 50	— 60	— 70	— 80	—0,00748—0,01849 —0,00763
— 35	— 45	— 55	— 65	— 75	—0,03689—0,02112 —0,00853
— 30	— 40	— 50	— 60	— 70	—0,07253—0,02486 —0,00965
— 25	— 35	— 45	— 55	— 65	—0,11861—0,03071 —0,01120
— 20	— 30	— 40	— 50	— 60	—0,16842—0,03611 —0,01322
— 15	— 25	— 35	— 45	— 55	—0,21808—0,03987 —0,01549
— 10	— 20	— 30	— 40	— 50	—0,26541—0,04149 —0,01770
— 5	— 15	— 25	— 35	— 45	—0,30886—0,04083 —0,01953
0	— 10	— 20	— 30	— 40	—0,34728—0,03794 —0,02067
5	— 5	— 15	— 25	— 35	—0,37980—0,03302 —0,02089
10	0	— 10	— 20	— 30	—0,40573—0,02637 —0,02002
15	5	— 5	— 15	— 25	—0,42459—0,01836 —0,01798
20	10	0	— 10	— 20	—0,43604—0,00942 —0,01477
25	15	5	— 5	— 15	—0,43988+ 0 —0,01049
30	20	10	0	— 10	—0,43604+0,00942 —0,00535
35	25	15	5	— 5	—0,42459+0,01836 +0,00038
40	30	20	10	0	—0,40573+0,02637 +0,00635
45	35	25	15	5	—0,37980+0,03302 +0,01213
50	40	30	20	10	—0,34728+0,03794 +0,01727
55	45	35	25	15	—0,30886+0,04083 +0,02130
60	50	40	30	20	—0,26541+0,04149 +0,02390
65	55	45	35	25	—0,21808+0,03987 +0,02438
70	60	50	40	30	—0,16842+0,03611 +0,02290
75	65	55	45	35	—0,11861+0,03071 +0,01951
80	70	60	50	40	—0,07253+0,02486 +0,01520
85	75	65	55	45	—0,03689+0,02112 +0,01258
90	80	70	60	50	—0,00748+0,01849 +0,01086
95	85	75	65	55	0,01793+0,01643 +0,00956
100	90	80	70	60	0,04033+0,01476 +0,00851
105	95	85	75	65	0,06033+0,01331 +0,00764
110	100	90	80	70	0,07830+0,01206 +0,00691
115	105	95	85	75	0,09453+0,01096 +0,00626
120	110	100	90	80	0,10923+0,00998 +0,00570
125	115	105	95	85	0,12258+0,00908 +0,00519
130	120	110	100	90	0,13471+0,00827 +0,00473
135	125	115	105	95	0,14572+0,00752 +0,00432
140	130	120	110	100	0,15570+0,00682 +0,00393
145	135	125	115	105	0,16472+0,00616 +0,00357
150	140	130	120	110	0,17285+0,00554 +0,00324
155	145	135	125	115	0,18014+0,00495 +0,00292
160	150	140	130	120	0,18662+0,00439 +0,00262
165	155	145	135	125	0,19233+0,00385 +0,00234
170	160	150	140	130	0,19731+0,00333 +0,00207
175	165	155	145	135	0,20158+0,00283 +0,00180
180	170	160	150	140	0,20515+0,00234 +0,00155
—175	175	165	155	145	0,20806+0,00186 +0,00130
—170	180	170	160	150	0,21031+0,00139 +0,00126
—165	—175	175	165	155	0,21190+0,00092 +0,00082
—160	—170	180	170	160	0,21286+0,00046 +0,00059
—155	—165	—175	175	165	0,21318+ 0 +0,00036
—150	—160	—170	180	170	0,21286—0,00046 +0,00013
—145	—155	—165	—175	175	0,21190—0,00092 —0,00010
—140	—150	—160	—170	180	0,21031—0,00139 —0,00033
—135	—145	—155	—165	—175	0,20806—0,00186 —0,00056
—130	—140	—150	—160	—170	0,20515—0,00234 —0,00079

TABLE II

Valeurs de (ξ_2) en fonction de ϑ pour $\beta + \gamma = 120^0$, 130^0.

$\beta + \gamma = 120^0$						$\beta + \gamma = 130^0$				
$\beta=30$ $\gamma=90$	$\beta=40$ $\gamma=80$	$\beta=50$ $\gamma=70$	$\beta=60$ $\gamma=60$	$\beta=70$ $\gamma=50$	ξ_2	$\beta=40$ $\gamma=90$	$\beta=50$ $\gamma=80$	$\beta=60$ $\gamma=70$	$\beta=70$ $\gamma=60$	ξ_2
ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0		ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	
—120	—130	—140	—150	—160	0,20001—0,00311 D_2—0,00109 E_2	—120	—130	—140	—150	0,19389—0,00402 D_2—0,00144 E_2
—115	—125	—135	—145	—155	0,19570—0,00367 —0,00136	—115	—125	—135	—145	0,18880—0,00465 —0,00173
—110	—120	—130	—140	—150	0,19066—0,00423 —0,00162	—110	—120	—130	—140	0,18294—0,00529 —0,00203
—105	—115	—125	—135	—145	0,18488—0,00483 —0,00190	—105	—115	—125	—135	0,17630—0,00598 —0,00235
—100	—110	—120	—130	—140	0,17832—0,00545 —0,00219	—100	—110	—120	—130	0,16882—0,00669 —0,00267
— 95	—105	—115	—125	—135	0,17095—0,00610 —0,00249	— 95	—105	—115	—125	0,16047—0,00745 —0,00301
— 90	—100	—110	—120	—130	0,16271—0,00678 —0,00280	— 90	—100	—110	—120	0,15117—0,00825 —0,00337
— 85	— 95	—105	—115	—125	0,15356—0,00751 —0,00313	— 85	— 95	—105	—115	0,14077—0,00911 —0,00374
— 80	— 90	—100	—110	—120	0,14342—0,00829 —0,00347	— 80	— 90	—100	—110	0,12945—0,01004 —0,00414
— 75	— 85	— 95	—105	—115	0,13223—0,00913 —0,00384	— 75	— 85	— 95	—105	0,11685—0,01106 —0,00457
— 70	— 80	— 90	—100	—110	0,11990—0,01006 —0,00427	— 70	— 80	— 90	—100	0,10291—0,01218 —0,00504
— 65	— 75	— 85	— 95	—105	0,10626—0,01104 —0,00465	— 65	— 75	— 85	— 95	0,08746—0,01343 —0,00554
— 60	— 70	— 80	— 90	—100	0,09121—0,01215 —0,00512	— 60	— 70	— 80	— 90	0,07029—0,01485 —0,00610
— 55	— 65	— 75	— 85	— 95	0,07456—0,01340 —0,00562	— 55	— 65	— 75	— 85	0,05108—0,01649 —0,00673
— 50	— 60	— 70	— 80	— 90	0,05603—0,01483 —0,00619	— 50	— 60	— 70	— 80	0,02939—0,01845 —0,00744
— 45	— 55	— 65	— 75	— 85	0,03530—0,01649 —0,00682	— 45	— 55	— 65	— 75	0,00446—0,02087 —0,00826
— 40	— 50	— 60	— 70	— 80	0,01185—0,01850 —0,00755	— 40	— 50	— 60	— 70	—0,02537—0,02419 —0,00926
— 35	— 45	— 55	— 65	— 75	—0,01518—0,02102 —0,00841	— 35	— 45	— 55	— 65	—0,06321—0,02918 —0,01056
— 30	— 40	— 50	— 60	— 70	—0,04771—0,02453 —0,00947	— 30	— 40	— 50	— 60	—0,10435—0,03404 —0,01222
— 25	— 35	— 45	— 55	— 65	—0,08934—0,02911 —0,01088	— 25	— 35	— 45	— 55	—0,14608—0,03788 —0,01412
— 20	— 30	— 40	— 50	— 60	—0,13449—0,03504 —0,01270	— 20	— 30	— 40	— 50	—0,18682—0,04031 —0,01608
— 15	— 25	— 35	— 45	— 55	—0,17993—0,03888 —0,01477	— 15	— 25	— 35	— 45	—0,22548—0,04114 —0,01791
— 10	— 20	— 30	— 40	— 50	—0,22383—0,04099 —0,01686	— 10	— 20	— 30	— 40	—0,26121—0,04034 —0,01941
— 5	— 15	— 25	— 35	— 45	—0,26489—0,04120 —0,01872	— 5	— 15	— 25	— 35	—0,29409—0,03819 —0,02041
0	— 10	— 20	— 30	— 40	—0,30213—0,03950 —0,02010	0	— 10	— 20	— 30	—0,32135—0,03407 —0,02076
5	— 5	— 15	— 25	— 35	—0,33478—0,03599 —0,02080	5	— 5	— 15	— 25	—0,34480—0,02891 —0,02034
10	0	— 10	— 20	— 30	—0,36223—0,03087 —0,02065	10	0	— 10	— 20	—0,36336—0,02391 —0,01910
15	5	— 5	— 15	— 25	—0,38405—0,02440 —0,01956	15	5	— 5	— 15	—0,37679—0,01559 —0,01644
20	10	0	— 10	— 20	—0,39986—0,01687 —0,01747	20	10	0	— 10	—0,38491—0,00794 —0,01410
25	15	5	— 5	— 15	—0,40944—0,00862 —0,01441	25	15	5	— 5	—0,38763+ 0 —0,01045
30	20	10	0	— 10	—0,41265+ 0 —0,01047	30	20	10	0	—0,38491+0,00794 —0,00617
35	25	15	5	— 5	—0,40944+0,00862 —0,00580	35	25	15	5	—0,37679+0,01559 —0,00143
40	30	20	10	0	—0,39986+0,01687 —0,00060	40	30	20	10	—0,36336+0,02391 +0,00356
45	35	25	15	5	—0,38405+0,02440 +0,00484	45	35	25	15	—0,34480+0,02891 +0,00856
50	40	30	20	10	—0,36223+0,03087 +0,01022	50	40	30	20	—0,32135+0,03407 +0,01331
55	45	35	25	15	—0,33478+0,03599 +0,01519	55	45	35	25	—0,29409+0,03819 +0,01752
60	50	40	30	20	—0,30213+0,03950 +0,01940	60	50	40	30	—0,26121+0,04034 +0,02091
65	55	45	35	25	—0,26489+0,04120 +0,02248	65	55	45	35	—0,22548+0,04114 +0,02322
70	60	50	40	30	—0,22383+0,04099 +0,02413	70	60	50	40	—0,18682+0,04031 +0,02421
75	65	55	45	35	—0,17993+0,03888 +0,02411	75	65	55	45	—0,14608+0,03788 +0,02374
80	70	60	50	40	—0,13449+0,03504 +0,02234	80	70	60	50	—0,10435+0,03404 +0,02180
85	75	65	55	45	—0,08934+0,02911 +0,01904	85	75	65	55	—0,06321+0,02918 +0,01860
90	80	70	60	50	—0,04771+0,02453 +0,01507	90	80	70	60	—0,02537+0,02419 +0,01492
95	85	75	65	55	—0,01518+0,02102 +0,01260	95	85	75	65	0,00446+0,02087 +0,01259
100	90	80	70	60	0,01185+0,01850 +0,01094	100	90	80	70	0,02939+0,01845 +0,01099
105	95	85	75	65	0,03530+0,01649 +0,00967	105	95	85	75	0,05108+0,01649 +0,00974
110	100	90	80	70	0,05603+0,01483 +0,00864	110	100	90	80	0,07029+0,01485 +0,00873
115	105	95	85	75	0,07456+0,01340 +0,00778	115	105	95	85	0,08746+0,01343 +0,00787
120	110	100	90	80	0,09121+0,01215 +0,00703	120	110	100	90	0,10291+0,01218 +0,00712
125	115	105	95	85	0,10626+0,01104 +0,00639	125	115	105	95	0,11685+0,01106 +0,00646
130	120	110	100	90	0,11990+0,01006 +0,00581	130	120	110	100	0,12945+0,01004 +0,00588
135	125	115	105	95	0,13223+0,00913 +0,00529	135	125	115	105	0,14077+0,00911 +0,00535
140	130	120	110	100	0,14342+0,00829 +0,00482	140	130	120	110	0,15117+0,00825 +0,00486
145	135	125	115	105	0,15356+0,00751 +0,00439	145	135	125	115	0,16047+0,00745 +0,00442
150	140	130	120	110	0,16271+0,00678 +0,00398	150	140	130	120	0,16882+0,00669 +0,00400
155	145	135	125	115	0,17095+0,00610 +0,00361	155	145	135	125	0,17630+0,00598 +0,00361
160	150	140	130	120	0,17832+0,00545 +0,00326	160	150	140	130	0,18294+0,00529 +0,00325
165	155	145	135	125	0,18488+0,00483 +0,00293	165	155	145	135	0,18880+0,00465 +0,00290
170	160	150	140	130	0,19066+0,00423 +0,00261	170	160	150	140	0,19389+0,00402 +0,00257
175	165	155	145	135	0,19570+0,00367 +0,00231	175	165	155	145	0,19826+0,00341 +0,00225
180	170	160	150	140	0,20001+0,00311 +0,00202	180	170	160	150	0,20191+0,00282 +0,00194
—175	175	165	155	145	0,20363+0,00257 +0,00174	—175	175	165	155	0,20488+0,00224 +0,00164
—170	180	170	160	150	0,20656+0,00204 +0,00147	—170	180	170	160	0,20717+0,00167 +0,00135
—165	—175	175	165	155	0,20883+0,00153 +0,00120	—165	—175	175	165	0,20880+0,00111 +0,00106
—160	—170	180	170	160	0,21044+0,00101 +0,00094	—160	—170	180	170	0,20977+0,00055 +0,00078
—155	—165	—175	175	165	0,21141+0,00051 +0,00068	—155	—165	—175	175	0,21010+ 0 +0,00051
—150	—160	—170	180	170	0,21173+ 0 +0,00043	—150	—160	—170	180	0,20977—0,00055 +0,00023
—145	—155	—165	—175	175	0,21141—0,00051 +0,00018	—145	—155	—165	—175	0,20880—0,00111 —0,00004
—140	—150	—160	—170	180	0,21044—0,00101 —0,00007	—140	—150	—160	—170	0,20717—0,00167 —0,00038
—135	—145	—155	—165	—175	0,20883—0,00153 —0,00033	—135	—145	—155	—165	0,20488—0,00224 —0,00059
—130	—140	—150	—160	—170	0,20656—0,00204 —0,00058	—130	—140	—150	—160	0,20191—0,00282 —0,00087
—125	—135	—145	—155	—165	0,20363—0,00257 —0,00083	—125	—135	—145	—155	0,19826—0,00341 —0,00115
—120	—130	—140	—150	—160	0,20001—0,00311 —0,00109	—120	—130	—140	—150	0,19389—0,00402 —0,00144

TABLE II

Valeurs de ξ_2 en fonction de ϑ pour $\beta + \gamma = 140^0, 150^0$.

$\beta + \gamma = 140^0$								$\beta + \gamma = 150^0$						
β=40 γ=100	β=50 γ=90	β=60 γ=80	β=70 γ=70	β=80 γ=60	ξ_2			β=50 γ=100	β=60 γ=90	β=70 γ=80	β=80 γ=70	ξ_2		
ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0				ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0			
—120	—130	—140	—150	—160	0,19642	—0,00369 D_2	—0,00121 E_2	—120	—130	—140	—150	0,18990	—0,00471 D_2	—0,00159 E_2
—115	—125	—135	—145	—155	0,19200	—0,00435	—0,00152	—115	—125	—135	—145	0,18466	—0,00545	—0,00194
—110	—120	—130	—140	—150	0,18684	—0,00504	—0,00184	—110	—120	—130	—140	0,17863	—0,00622	—0,00229
—105	—115	—125	—135	—145	0,18090	—0,00575	—0,00216	—105	—115	—125	—135	0,17177	—0,00703	—0,00265
—100	—110	—120	—130	—140	0,17415	—0,00649	—0,00250	—100	—110	—120	—130	0,16403	—0,00788	—0,00303
— 95	—105	—115	—125	—135	0,16655	—0,00727	—0,00285	— 95	—105	—115	—125	0,15537	—0,00879	—0,00343
— 90	—100	—110	—120	—130	0,15805	—0,00810	—0,00341	— 90	—100	—110	—120	0,14570	—0,00976	—0,00385
— 85	— 95	—100	—115	—125	0,14858	—0,00898	—0,00361	— 85	— 95	—105	—115	0,13495	—0,01080	—0,00429
— 80	— 90	—100	—110	—120	0,13806	—0,00993	—0,00401	— 80	— 90	—100	—110	0,12300	—0,01194	—0,00476
— 75	— 85	— 95	—105	—115	0,12640	—0,01094	—0,00445	— 75	— 85	— 95	—105	0,10972	—0,01320	—0,00527
— 70	— 80	— 90	—100	—110	0,11349	—0,01209	-0,00492	— 70	— 80	— 90	—100	0,09493	—0,01460	—0,00582
— 65	— 75	— 85	— 95	—105	0,09916	—0,01334	—0,00542	— 65	— 75	— 85	— 95	0,07839	—0,01621	—0,00643
— 60	— 70	— 80	— 90	—100	0,08322	—0,01475	—0,00598	— 60	— 70	— 80	— 90	0,05973	—0,01808	—0,00711
— 55	— 65	— 75	— 85	— 95	0,06539	—0,01637	—0,00660	— 55	— 65	— 75	— 85	0,03837	—0,02035	—0,00788
— 50	— 60	— 70	— 80	— 90	0,04528	—0,01829	—0,00729	— 50	— 60	— 70	— 80	0,01302	—0,02336	—0,00879
— 45	— 55	— 65	— 75	— 85	0,02223	—0,02063	—0,00809	— 45	— 55	— 65	— 75	—0,01871	—0,02772	—0,00993
— 40	— 50	— 60	— 70	— 80	—0,00523	—0,02379	—0,00903	— 40	— 50	— 60	— 70	—0,05334	—0,03210	—0,01134
— 35	— 45	— 55	— 65	— 75	—0,03981	—0,02843	—0,01025	— 35	— 45	— 55	— 65	—0,08885	—0,03584	—0,01276
— 30	— 40	— 50	— 60	— 70	—0,07748	—0,03304	—0,01177	— 30	— 40	— 50	— 60	—0,12437	—0,03861	—0,01469
— 25	— 35	— 45	— 55	— 65	—0,11592	—0,03685	—0,01352	— 25	— 35	— 45	— 55	—0,15824	—0,04023	—0,01640
— 20	— 30	— 40	— 50	— 60	—0,15379	—0,03949	—0,01536	— 20	— 30	— 40	— 50	—0,19064	—0,04063	—0,01795
— 15	— 25	— 35	— 45	— 55	—0,19014	—0,04078	—0,01714	— 15	— 25	— 35	— 45	—0,22078	—0,03980	—0,01923
— 10	— 20	— 30	— 40	— 50	—0,22423	—0,04066	—0,01869	— 10	— 20	— 30	— 40	—0,24824	—0,03778	—0,02012
— 5	— 15	— 25	— 35	— 45	—0,25548	—0,03913	—0,01986	— 5	— 15	— 25	— 35	—0,27268	—0,03464	—0,02053
0	— 10	— 20	— 30	— 40	—0,28340	—0,03629	—0,02054	0	— 10	— 20	— 30	—0,29380	—0,03050	—0,02038
5	— 5	— 15	— 25	— 35	—0,30763	—0,03223	—0,02061	5	— 5	— 15	— 25	—0,31138	—0,02549	—0,01963
10	0	— 10	— 20	— 30	—0,32785	—0,02712	—0,01999	10	0	— 10	— 20	—0,32523	—0,01976	—0,01824
15	5	— 5	— 15	— 25	—0,34381	—0,02120	—0,01866	15	5	— 5	— 15	—0,33523	—0,01349	—0,01621
20	10	0	— 10	— 20	—0,35535	—0,01441	—0,01659	20	10	0	— 10	—0,34126	—0,00684	—0,01358
25	15	5	— 5	— 15	—0,36232	—0,00735	—0,01383	25	15	5	— 5	—0,34328	+ 0	—0,01039
30	20	10	0	— 10	—0,36465	+ 0	—0,01042	30	20	10	0	—0,34126	+0,00684	—0,00674
35	25	15	5	— 5	—0,36232	+0,00735	—0,00648	35	25	15	5	—0,33523	+0,01349	—0,00272
40	30	20	10	0	—0,35535	+0,01441	—0,00213	40	30	20	10	—0,32523	+0,01976	+0,00148
45	35	25	15	5	—0,34381	+0,02120	+0,00247	45	35	25	15	—0,31138	+0,02549	+0,00586
50	40	30	20	10	—0,32785	+0,02712	+0,00712	50	40	30	20	—0,29380	+0,03050	+0,01012
55	45	35	25	15	—0,30763	+0,03223	+0,01162	55	45	35	25	—0,27268	+0,03464	+0,01411
60	50	40	30	20	—0,28340	+0,03629	+0,01575	60	50	40	30	—0,24824	+0,03778	+0,01765
65	55	45	35	25	—0,25548	+0,03913	+0,01927	65	55	45	35	—0,22078	+0,03980	+0,02057
70	60	50	40	30	—0,22423	+0,04066	+0,02197	70	60	50	40	—0,19064	+0,04063	+0,02268
75	65	55	45	35	—0,19014	+0,04078	+0,02364	75	65	55	45	—0,15824	+0,04023	+0,02383
80	70	60	50	40	—0,15379	+0,03949	+0,02412	80	70	60	50	—0,12437	+0,03861	+0,02392
85	75	65	55	45	—0,11592	+0,03685	+0,02333	85	75	65	55	—0,08885	+0,03584	+0,02288
90	80	70	60	50	—0,07748	+0,03304	+0,02127	90	80	70	60	—0,05334	+0,03210	+0,02076
95	85	75	65	55	—0,03981	+0,02843	+0,01818	75	85	75	65	—0,01871	+0,02772	+0,01779
100	90	80	70	60	—0,00523	+0,02379	+0,01475	100	90	80	70	0,01302	+0,02336	+0,01457
105	95	85	75	65	0,02223	+0,02063	+0,01255	105	95	85	75	0,03837	+0,02035	+0,01247
110	100	90	80	70	0,04528	+0,01829	+0,01100	110	100	90	80	0,05973	+0,01808	+0,01097
115	105	95	85	75	0,06539	+0,01637	+0,00978	115	105	95	85	0,07839	+0,01621	+0,00978
120	110	100	90	80	0,08322	+0,01475	+0,00877	120	110	100	90	0,09493	+0,01460	+0,00878
125	115	105	95	85	0,09916	+0,01334	+0,00792	125	115	105	95	0,10972	+0,01320	+0,00793
130	120	110	100	90	0,11349	+0,01209	+0,00717	130	120	110	100	0,12300	+0,01194	+0,00718
135	125	115	105	95	0,12640	+0,01094	+0,00651	135	125	115	105	0,13495	+0,01080	+0,00651
140	130	120	110	100	0,13806	+0,00993	+0,00591	140	130	120	110	0,14570	+0,00976	+0,00591
145	135	125	115	105	0,14858	+0,00898	+0,00537	145	135	125	115	0,15537	+0,00879	+0,00536
150	140	130	120	110	0,15805	+0,00810	+0,00488	150	140	130	120	0,16403	+0,00788	+0,00485
155	145	135	125	115	0,16655	+0,00727	+0,00442	155	145	135	125	0,17177	+0,00703	+0,00438
160	150	140	130	120	0,17415	+0,00649	+0,00399	160	150	140	130	0,17863	+0,00622	+0,00394
165	155	145	135	125	0,18090	+0,00575	+0,00358	165	155	145	135	0,18466	+0,00545	+0,00352
170	160	150	140	130	0,18684	+0,00504	+0,00320	170	160	150	140	0,18990	+0,00471	+0,00312
175	165	155	145	135	0,19200	+0,00435	+0,00284	175	165	155	145	0,19439	+0,00400	+0,00274
180	170	160	150	140	0,19642	+0,00369	+0,00249	180	170	160	150	0,19815	+0,00330	+0,00237
—175	175	165	155	145	0,20013	+0,00305	+0,00215	—175	175	165	155	0,20120	+0,00262	+0,00202
—170	180	170	160	150	0,20313	+0,00242	+0,00182	—170	180	170	160	0,20355	+0,00195	+0,00167
—165	—175	175	165	155	0,20546	+0,00181	+0,00151	—165	—175	175	165	0,20522	+0,00130	+0,00134
—160	—170	180	170	160	0,20711	+0,00120	+0,00120	—160	—170	180	170	0,20622	+0,00065	+0,00101
—155	—165	—175	175	165	0,20809	+0,00060	+0,00089	—155	—165	—175	175	0,20655	+ 0	+0,00068
—150	—160	—170	180	170	0,20840	+ 0	+0,00059	—150	—160	—170	180	0,20622	—0,00065	+0,00036
—145	—155	—165	—175	175	0,20809	—0,00060	+0,00029	—145	—155	—165	—175	0,20522	—0,00130	+0,00004
—140	—150	—160	—170	180	0,20711	—0,00120	—0,00000	—140	—150	—160	—170	0,20355	—0,00195	—0,00028
—135	—145	—155	—165	—175	0,20546	—0,00181	—0,00030	—135	—145	—155	—165	0,20120	—0,00262	—0,00060
—130	—140	—150	—160	—170	0,20313	—0,00242	—0,00060	—130	—140	—150	—160	0,19815	—0,00330	—0,00093
—125	—135	—145	—155	—165	0,20013	—0,00305	—0,00090	—125	—135	—145	—155	0,19439	—0,00400	—0,00126
—120	—130	—140	—150	—160	0,19642	—0,00369	—0,00121	—120	—130	—140	—150	0,18990	—0,00471	—0,00159

TABLE II

Valeurs de ξ_2 en fonction de ϑ pour $\beta + \gamma = 160^0, 170^0$.

$\beta + \gamma = 160^0$

β=50 γ=110 ϑ^0	β=60 γ=100 ϑ^0	β=70 γ=90 ϑ^0	β=80 γ=80 ϑ^0	β=90 γ=70 ϑ^0	ξ_2
—120	—130	—140	—150	—160	0,19219 — 0,00431 D_2 — 0,00130 E_2
—115	—125	—135	—145	—155	0,18763 — 0,00508 — 0,00166
—110	—120	—130	—140	—150	0,18230 — 0,00588 — 0,00203
—105	—115	—125	—135	—145	0,17616 — 0,00672 — 0,00241
—100	—110	—120	—130	—140	0,16917 — 0,00760 — 0,00280
— 95	—105	—115	—125	—135	0,16129 — 0,00852 — 0,00321
— 90	—100	—110	—120	—130	0,15244 — 0,00951 — 0,00364
— 85	— 95	—105	—115	—125	0,14254 — 0,01057 — 0,00409
— 80	— 90	—100	—110	—120	0,13152 — 0,01172 — 0,00456
— 75	— 85	— 95	—105	—115	0,11923 — 0,01298 — 0,00508
— 70	— 80	— 90	—100	—110	0,10551 — 0,01439 — 0,00563
— 65	— 75	— 85	— 95	—105	0,09015 — 0,01597 — 0,00623
— 60	— 70	— 80	— 90	—100	0,07283 — 0,01781 — 0,00690
— 55	— 65	— 75	— 85	— 95	0,05301 — 0,02002 — 0,00765
— 50	— 60	— 70	— 80	— 90	0,02956 — 0,02290 — 0,00852
— 45	— 55	— 65	— 75	— 85	0,00035 — 0,02701 — 0,00960
— 40	— 50	— 60	— 70	— 80	— 0,03158 — 0,03118 — 0,01091
— 35	— 45	— 55	— 65	— 75	— 0,06447 — 0,03484 — 0,01243
— 30	— 40	— 50	— 60	— 70	— 0,09732 — 0,03769 — 0,01405
— 25	— 35	— 45	— 55	— 65	— 0,12938 — 0,03955 — 0,01568
— 20	— 30	— 40	— 50	— 60	— 0,16011 — 0,04035 — 0,01722
— 15	— 25	— 35	— 45	— 55	— 0,18903 — 0,04007 — 0,01856
— 10	— 20	— 30	— 40	— 50	— 0,21578 — 0,03871 — 0,01959
— 5	— 15	— 25	— 35	— 45	— 0,24004 — 0,03635 — 0,02024
0	— 10	— 20	— 30	— 40	— 0,26155 — 0,03304 — 0,02043
5	— 5	— 15	— 25	— 35	— 0,28009 — 0,02889 — 0,02012
10	0	— 10	— 20	— 30	— 0,29549 — 0,02401 — 0,01926
15	5	— 5	— 15	— 25	— 0,30761 — 0,01854 — 0,01783
20	10	0	— 10	— 20	— 0,31634 — 0,01262 — 0,01585
25	15	5	— 5	— 15	— 0,32161 — 0,00639 — 0,01335
30	20	10	0	— 10	— 0,32337 + 0 — 0,01036
35	25	15	5	— 5	— 0,32161 + 0,00639 — 0,00696
40	30	20	10	0	— 0,31634 + 0,01262 — 0,00324
45	35	25	15	5	— 0,30761 + 0,01854 + 0,00071
50	40	30	20	10	— 0,29549 + 0,02401 + 0,00476
55	45	35	25	15	— 0,28009 + 0,02889 + 0,00877
60	50	40	30	20	— 0,26155 + 0,03304 + 0,01260
65	55	45	35	25	— 0,24004 + 0,03635 + 0,01610
70	60	50	40	30	— 0,21578 + 0,03871 + 0,01912
75	65	55	45	35	— 0,18903 + 0,04007 + 0,02151
80	70	60	50	40	— 0,16011 + 0,04035 + 0,02313
85	75	65	55	45	— 0,12938 + 0,03955 + 0,02386
90	80	70	60	50	— 0,09732 + 0,03769 + 0,02363
95	85	75	65	55	— 0,06447 + 0,03484 + 0,02241
100	90	80	70	60	— 0,03158 + 0,03118 + 0,02027
105	95	85	75	65	0,00035 + 0,02701 + 0,01741
110	100	90	80	70	0,02956 + 0,02290 + 0,01438
115	105	95	85	75	0,05301 + 0,02002 + 0,01237
120	110	100	90	80	0,07283 + 0,01781 + 0,01092
125	115	105	95	85	0,09015 + 0,01597 + 0,00974
130	120	110	100	90	0,10551 + 0,01439 + 0,00876
135	125	115	105	95	0,11923 + 0,01298 + 0,00791
140	130	120	110	100	0,13152 + 0,01172 + 0,00716
145	135	125	115	105	0,14254 + 0,01057 + 0,00649
150	140	130	120	110	0,15244 + 0,00951 + 0,00587
155	145	135	125	115	0,16129 + 0,00852 + 0,00531
160	150	140	130	120	0,16917 + 0,00760 + 0,00479
165	155	145	135	125	0,17616 + 0,00672 + 0,00431
170	160	150	140	130	0,18230 + 0,00588 + 0,00385
175	165	155	145	135	0,18763 + 0,00508 + 0,00342
180	170	160	150	140	0,19219 + 0,00431 + 0,00300
—175	175	165	155	145	0,19601 + 0,00356 + 0,00261
—170	180	170	160	150	0,19910 + 0,00282 + 0,00222
—165	—175	175	165	155	0,20149 + 0,00211 + 0,00185
—160	—170	180	170	160	0,20319 + 0,00140 + 0,00149
—155	—165	—175	175	165	0,20420 + 0,00070 + 0,00113
—150	—160	—170	180	170	0,20454 + 0 + 0,00078
—145	—155	—165	—175	175	0,20420 — 0,00070 + 0,00044
—140	—150	—160	—170	180	0,20319 — 0,00140 — 0,00009
—135	—145	—155	—165	—175	0,20149 — 0,00211 — 0,00025
—130	—140	—150	—160	—170	0,19910 — 0,00282 — 0,00060
—125	—135	—145	—155	—165	0,19601 — 0,00356 — 0,00095
—120	—130	—140	—150	—160	0,19219 — 0,00431 — 0,00130

$\beta + \gamma = 170^0$

β=60 γ=110 ϑ^0	β=70 γ=100 ϑ^0	β=80 γ=90 ϑ^0	β=90 γ=80 ϑ^0	ξ_2
—130	—140	—150	—160	0,19370 — 0,00382 D_2 — 0,00097 E_2
—125	—135	—145	—155	0,18984 — 0,00463 — 0,00134
—120	—130	—140	—150	0,18518 — 0,00546 — 0,00173
—115	—125	—135	—145	0,17975 — 0,00633 — 0,00212
—110	—120	—130	—140	0,17349 — 0,00724 — 0,00253
—105	—115	—125	—135	0,16636 — 0,00819 — 0,00295
—100	—110	—120	—130	0,15829 — 0,00919 — 0,00339
— 95	—105	—115	—125	0,14923 — 0,01027 — 0,00385
— 90	—100	—110	—120	0,13908 — 0,01143 — 0,00433
— 85	— 95	—105	—115	0,12772 — 0,01270 — 0,00485
— 80	— 90	—100	—110	0,11502 — 0,01410 — 0,00540
— 75	— 85	— 95	—105	0,10077 — 0,01568 — 0,00600
— 70	— 80	— 90	—100	0,08469 — 0,01748 — 0,00666
— 65	— 75	— 85	— 95	0,06629 — 0,01964 — 0,00739
— 60	— 70	— 80	— 90	0,04457 — 0,02241 — 0,00823
— 55	— 65	— 75	— 85	0,01760 — 0,02629 — 0,00926
— 50	— 60	— 70	— 80	— 0,01192 — 0,03028 — 0,01049
— 45	— 55	— 65	— 75	— 0,04245 — 0,03385 — 0,01191
— 40	— 50	— 60	— 70	— 0,07309 — 0,03673 — 0,01345
— 35	— 45	— 55	— 65	— 0,10321 — 0,03877 — 0,01501
— 30	— 40	— 50	— 60	— 0,13231 — 0,03988 — 0,01651
— 25	— 35	— 45	— 55	— 0,15997 — 0,04004 — 0,01787
— 20	— 30	— 40	— 50	— 0,18585 — 0,03923 — 0,01899
— 15	— 25	— 35	— 45	— 0,20968 — 0,03750 — 0,01981
— 10	— 20	— 30	— 40	— 0,23122 — 0,03490 — 0,02025
— 5	— 15	— 25	— 35	— 0,25026 — 0,03150 — 0,02027
0	— 10	— 20	— 30	— 0,26664 — 0,02739 — 0,01982
5	— 5	— 15	— 25	— 0,28022 — 0,02267 — 0,01888
10	0	— 10	— 20	— 0,29089 — 0,01745 — 0,01745
15	5	— 5	— 15	— 0,29857 — 0,01185 — 0,01553
20	10	0	— 10	— 0,30320 — 0,00594 — 0,01314
25	15	5	— 5	— 0,30473 — 0 — 0,01033
30	20	10	0	— 0,30320 + 0,00594 — 0,00715
35	25	15	5	— 0,29857 + 0,01185 — 0,00368
40	30	20	10	— 0,29089 + 0,01745 + 0,00000
45	35	25	15	— 0,28022 + 0,02267 + 0,00378
50	40	30	20	— 0,26664 + 0,02739 + 0,00756
55	45	35	25	— 0,25026 + 0,03150 + 0,01123
60	50	40	30	— 0,23122 + 0,03490 + 0,01465
65	55	45	35	— 0,20968 + 0,03750 + 0,01770
70	60	50	40	— 0,18585 + 0,03923 + 0,02024
75	65	55	45	— 0,15997 + 0,04004 + 0,02217
80	70	60	50	— 0,13231 + 0,03988 + 0,02337
85	75	65	55	— 0,10321 + 0,03877 + 0,02376
90	80	70	60	— 0,07309 + 0,03673 + 0,02329
95	85	75	65	— 0,04245 + 0,03385 + 0,02194
100	90	80	70	— 0,01192 + 0,03028 + 0,01979
105	95	85	75	0,01760 + 0,02629 + 0,01704
110	100	90	80	0,04457 + 0,02241 + 0,01417
115	105	95	85	0,06629 + 0,01964 + 0,01225
120	110	100	90	0,08469 + 0,01748 + 0,01083
125	115	105	95	0,10077 + 0,01568 + 0,00968
130	120	110	100	0,11502 + 0,01410 + 0,00870
135	125	115	105	0,12772 + 0,01270 + 0,00786
140	130	120	110	0,13908 + 0,01143 + 0,00710
145	135	125	115	0,14923 + 0,01027 + 0,00642
150	140	130	120	0,15829 + 0,00919 + 0,00581
155	145	135	125	0,16636 + 0,00819 + 0,00524
160	150	140	130	0,17349 + 0,00724 + 0,00470
165	155	145	135	0,17975 + 0,00633 + 0,00421
170	160	150	140	0,18518 + 0,00546 + 0,00373
175	165	155	145	0,18984 + 0,00463 + 0,00329
180	170	160	150	0,19370 + 0,00382 + 0,00286
—175	175	165	155	0,19685 + 0,00303 + 0,00244
—170	180	170	160	0,19927 + 0,00226 + 0,00204
—165	—175	175	165	0,20100 + 0,00150 + 0,00165
—160	—170	180	170	0,20203 + 0,00075 + 0,00127
—155	—165	—175	175	0,20237 + 0 + 0,00089
—150	—160	—170	180	0,20203 — 0,00075 + 0,00052
—145	—155	—165	—175	0,20100 — 0,00150 + 0,00015
—140	—150	—160	—170	0,19927 — 0,00226 — 0,00022
—135	—145	—155	—165	0,19685 — 0,00303 — 0,00059
—130	—140	—150	—160	0,19370 — 0,00382 — 0,00097

TABLE II

Valeurs de ξ_2 en fonction de ϑ pour $\beta+\gamma=180^0$, 190^0.

$\beta+\gamma=180^0$								$\beta+\gamma=190^0$						
β=60 γ=120	β=70 γ=110	β=80 γ=100	β=90 γ=90	β=100 γ=80	ξ_2			β=70 γ=120	β=80 γ=110	β=90 γ=100	β=100 γ=90	ξ_2		
ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0				ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0			
—130	—140	—150	—160	—170	0,19442	—0,00325 D_2	—0,00058 E_2	—140	—150	—160	—170	0,19435	—0,00259 D_2	—0,00014 E_2
—125	—135	—145	—155	—165	0,19122	—0,00410	—0,00098	—135	—145	—155	—165	0,19183	—0,00348	—0,00056
—120	—130	—140	—150	—160	0,18727	—0,00497	—0,00138	—130	—140	—150	—160	0,18856	—0,00438	—0,00099
—115	—125	—135	—145	—155	0,18254	—0,00586	—0,00179	—125	—135	—145	—155	0,18453	—0,00532	—0,00142
—110	—120	—130	—140	—150	0,17699	—0,00680	—0,00222	—120	—130	—140	—150	0,17969	—0,00628	—0,00186
—105	—115	—125	—135	—145	0,17060	—0,00777	—0,00265	—115	—125	—135	—145	0,17402	—0,00729	—0,00230
—100	—110	—120	—130	—140	0,16330	—0,00880	—0,00310	—110	—120	—130	—140	0,16747	—0,00834	—0,00277
— 95	—105	—115	—125	—135	0,15504	—0,00990	—0,00357	—105	—115	—125	—135	0,15999	—0,00945	—0,00325
— 90	—100	—110	—120	—130	0,14573	—0,01107	—0,00406	—100	—110	—120	—130	0,15149	—0,01065	—0,00375
— 85	— 95	—105	—115	—125	0,13527	—0,01235	—0,00458	— 95	—105	—115	—125	0,14189	—0,01193	—0,00427
— 80	— 90	—100	—110	—120	0,12353	—0,01375	—0,00513	— 90	—100	—110	—120	0,13106	—0,01333	—0,00483
— 75	— 85	— 95	—105	—115	0,11032	—0,01531	—0,00573	— 85	— 95	—105	—115	0,11885	—0,01489	—0,00543
— 70	— 80	— 90	—100	—110	0,09539	—0,01710	—0,00638	— 80	— 90	—100	—110	0,10501	—0,01665	—0,00608
— 65	— 75	— 85	— 95	—105	0,07831	—0,01920	—0,00710	— 75	— 85	— 95	—105	0,08915	—0,01871	—0,00679
— 60	— 70	— 80	— 90	—100	0,05815	—0,02187	—0,00792	— 70	— 80	— 90	—100	0,07044	—0,02130	—0,00759
— 55	— 65	— 75	— 85	— 95	0,03321	—0,02557	—0,00890	— 65	— 75	— 85	— 95	0,04734	—0,02482	—0,00853
— 50	— 60	— 70	— 80	— 90	0,00586	—0,02939	—0,01007	— 60	— 70	— 80	— 90	0,02196	—0,02850	—0,00964
— 45	— 55	— 65	— 75	— 85	—0,02252	—0,03287	—0,01141	— 55	— 65	— 75	— 85	—0,00446	—0,03189	—0,01091
— 40	— 50	— 60	— 70	— 80	—0,05114	—0,03576	—0,01268	— 50	— 60	— 70	— 80	—0,03122	—0,03477	—0,01229
— 35	— 45	— 55	— 65	— 75	—0,07944	—0,03793	—0,01435	— 45	— 55	— 65	— 75	—0,05781	—0,03703	—0,01372
— 30	— 40	— 50	— 60	— 70	—0,10696	—0,03928	—0,01581	— 40	— 50	— 60	— 70	—0,08382	—0,03857	—0,01513
— 25	— 35	— 45	— 55	— 65	—0,13334	—0,03978	—0,01717	— 35	— 45	— 55	— 65	—0,10893	—0,03936	—0,01648
— 20	— 30	— 40	— 50	— 60	—0,15827	—0,03943	—0,01835	— 30	— 40	— 50	— 60	—0,13286	—0,03937	—0,01768
— 15	— 25	— 35	— 45	— 55	—0,18150	—0,03823	—0,01928	— 25	— 35	— 45	— 55	—0,15538	—0,03862	—0,01869
— 10	— 20	— 30	— 40	— 50	—0,20281	—0,03623	—0,01991	— 20	— 30	— 40	— 50	—0,17630	—0,03713	—0,01945
— 5	— 15	— 25	— 35	— 45	—0,22202	—0,03348	—0,02018	— 15	— 25	— 35	— 45	—0,19542	—0,03494	—0,01992
0	— 10	— 20	— 30	— 40	—0,23896	—0,03004	—0,02005	— 10	— 20	— 30	— 40	—0,21262	—0,03209	—0,02005
5	— 5	— 15	— 25	— 35	—0,25351	—0,02600	—0,01951	— 5	— 15	— 25	— 35	—0,22776	—0,02866	—0,01981
10	0	— 10	— 20	— 30	—0,26555	—0,02144	—0,01852	0	— 10	— 20	— 30	—0,24075	—0,02471	—0,01918
15	5	— 5	— 15	— 25	—0,27501	—0,01645	—0,01709	5	— 5	— 15	— 25	—0,25149	—0,02031	—0,01816
20	10	0	— 10	— 20	—0,28181	—0,01115	—0,01522	10	0	— 10	— 20	—0,25991	—0,01555	—0,01674
25	15	5	— 5	— 15	—0,28590	—0,00563	—0,01295	15	5	— 5	— 15	—0,26596	—0,01052	—0,01494
30	20	10	0	— 10	—0,28727	+ 0	—0,01029	20	10	0	— 10	—0,26964	—0,00531	—0,01276
35	25	15	5	— 5	—0,28590	+0,00563	—0,00732	25	15	5	— 5	—0,27083	+ 0	—0,01026
40	30	20	10	0	—0,28181	+0,01115	—0,00407	30	20	10	0	—0,26964	+0,00531	—0,00717
45	35	25	15	5	—0,27501	+0,01645	—0,00064	35	25	15	5	—0,26596	+0,01052	—0,00441
50	40	30	20	10	—0,26555	+0,02144	+0,00292	40	30	20	10	—0,25991	+0,01555	—0,00119
55	45	35	25	15	—0,25351	+0,02600	+0,00649	45	35	25	15	—0,25149	+0,02031	+0,00215
60	50	40	30	20	—0,23896	+0,03004	+0,00998	50	40	30	20	—0,24075	+0,02471	+0,00552
65	55	45	35	25	—0,22202	+0,03348	+0,01330	55	45	35	25	—0,22776	+0,02866	+0,00885
70	60	50	40	30	—0,20281	+0,03623	+0,01632	60	50	40	30	—0,21262	+0,03209	+0,01204
75	65	55	45	35	—0,18150	+0,03823	+0,01895	65	55	45	35	—0,19542	+0,03494	+0,01502
80	70	60	50	40	—0,15827	+0,03943	+0,02108	70	60	50	40	—0,17630	+0,03713	+0,01768
85	75	65	55	45	—0,13334	+0,03978	+0,02261	75	65	55	45	—0,15538	+0,03862	+0,01993
90	80	70	60	50	—0,10696	+0,03928	+0,02347	80	70	60	50	—0,13286	+0,03937	+0,02169
95	85	75	65	55	—0,07944	+0,03793	+0,02357	85	75	65	55	—0,10893	+0,03936	+0,02288
100	90	80	70	60	—0,05114	+0,03576	+0,02290	90	80	70	60	—0,08382	+0,03857	+0,02344
105	95	85	75	65	—0,02252	+0,03287	+0,02146	95	85	75	65	—0,05781	+0,03703	+0,02331
110	100	90	80	70	0,00586	+0,02939	+0,01932	100	90	80	70	—0,03122	+0,03477	+0,02249
115	105	95	85	75	0,03321	+0,02557	+0,01667	105	95	85	75	—0,00446	+0,03189	+0,02097
120	110	100	90	80	0,05815	+0,02187	+0,01395	110	100	90	80	0,02196	+0,02850	+0,01885
125	115	105	95	85	0,07831	+0,01920	+0,01210	115	105	95	85	0,04734	+0,02482	+0,01630
130	120	110	100	90	0,09539	+0,01710	+0,01072	120	110	100	90	0,07044	+0,02130	+0,01371
135	125	115	105	95	0,11032	+0,01531	+0,00958	125	115	105	95	0,08915	+0,01871	+0,01193
140	130	120	110	100	0,12353	+0,01375	+0,00862	130	120	110	100	0,10501	+0,01665	+0,01057
145	135	125	115	105	0,13527	+0,01235	+0,00777	135	125	115	105	0,11885	+0,01489	+0,00946
150	140	130	120	110	0,14573	+0,01107	+0,00701	140	130	120	110	0,13106	+0,01333	+0,00850
155	145	135	125	115	0,15504	+0,00990	+0,00633	145	135	125	115	0,14189	+0,01193	+0,00766
160	150	140	130	120	0,16330	+0,00880	+0,00570	150	140	130	120	0,15149	+0,01065	+0,00690
165	155	145	135	125	0,17060	+0,00777	+0,00512	155	145	135	125	0,15999	+0,00945	+0,00621
170	160	150	140	130	0,17699	+0,00680	+0,00458	160	150	140	130	0,16747	+0,00834	+0,00557
175	165	155	145	135	0,18254	+0,00586	+0,00407	165	155	145	135	0,17402	+0,00729	+0,00498
180	170	160	150	140	0,18727	+0,00497	+0,00358	170	160	150	140	0,17969	+0,00628	+0,00442
—175	175	165	155	145	0,19122	+0,00410	+0,00312	175	165	155	145	0,18453	+0,00532	+0,00390
—170	180	170	160	150	0,19442	+0,00325	+0,00267	180	170	160	150	0,18856	+0,00438	+0,00340
—165	—175	175	165	155	0,19689	+0,00242	+0,00224	—175	175	165	155	0,19183	+0,00348	+0,00292
—160	—170	180	170	160	0,19865	+0,00161	+0,00182	—170	180	170	160	0,19435	+0,00259	+0,00245
—155	—165	—175	175	165	0,19970	+0,00080	+0,00141	—165	—175	175	165	0,19613	+0,00172	+0,00200
—150	—160	—170	180	170	0,20005	+ 0	+0,00102	—160	—170	180	170	0,19720	+0,00086	+0,00156
—145	—155	—165	—175	175	0,19970	—0,00080	+0,00061	—155	—165	—175	175	0,19756	+ 0	+0,00113
—140	—150	—160	—170	180	0,19865	—0,00161	+0,00021	—150	—160	—170	180	0,19720	—0,00086	+0,00071
—135	—145	—155	—165	—175	0,19689	—0,00242	—0,00018	—145	—155	—165	—175	0,19613	—0,00172	+0,00028
—130	—140	—150	—160	—170	0,19442	—0,00325	—0,00058	—140	—150	—160	—170	0,19435	—0,00259	—0,00014

TABLE II

Valeurs de ξ_2 en fonction de ϑ pour $\beta + \gamma = 200^0$.

$\beta+\gamma=200^0$						
β=80 γ=120	β=90 γ=110	β=100 γ=100	β=110 γ=90	ξ_2		
ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0			
—150	—160	—170	—180	0,19345	—0,00184D_2	+0,00036E_2
—145	—155	—165	—175	0,19162	—0,00277	+0,00009
—140	—150	—160	—170	0,18905	—0,00371	—0,00054
—135	—145	—155	—165	0,18571	—0,00468	—0,00099
—130	—140	—150	—160	0,18158	—0,00568	—0,00145
—125	—135	—145	—155	0,17663	—0,00672	—0,00191
—120	—130	—140	—150	0,17082	—0,00780	—0,00239
—115	—125	—135	—145	0,16409	—0,00894	—0,00289
—110	—120	—130	—140	0,15639	—0,01014	—0,00340
—105	—115	—125	—135	0,14762	—0,01144	—0,00393
—100	—110	—120	—130	0,13768	—0,01285	—0,00450
— 95	—105	—115	—125	0,12641	—0,01440	—0,00509
— 90	—100	—110	—120	0,11359	—0,01647	—0,00574
— 85	— 95	—105	—115	0,09888	—0,01817	—0,00644
— 80	— 90	—100	—110	0,08152	—0,02068	—0,00722
— 75	— 85	— 95	—105	0,06010	—0,02406	—0,00814
— 70	— 80	— 90	—100	0,03653	—0,02760	—0,00920
— 65	— 75	— 85	— 95	0,01191	—0,03090	—0,01041
— 60	— 70	— 80	— 90	—0,01312	—0,03377	—0,01172
— 55	— 65	— 75	— 85	—0,03811	—0,03609	—0,01309
— 50	— 60	— 70	— 80	—0,06268	—0,03778	—0,01447
— 45	— 55	— 65	— 75	—0,08655	—0,03880	—0,01579
— 40	— 50	— 60	— 70	—0,10946	—0,03912	—0,01701
— 35	— 45	— 55	— 65	—0,13120	—0,03874	—0,01807
— 30	— 40	— 50	— 60	—0,15159	—0,03768	—0,01893
— 25	— 35	— 45	— 55	—0,17047	—0,03597	—0,01953
— 20	— 30	— 40	— 50	—0,18769	—0,03365	—0,01986
— 15	— 25	— 35	— 45	—0,20315	—0,03076	—0,01987
— 10	— 20	— 30	— 40	—0,21675	—0,02736	—0,01954
— 5	— 15	— 25	— 35	—0,22839	—0,02351	—0,01886
0	— 10	— 20	— 30	—0,23800	—0,01927	—0,01782
5	— 5	— 15	— 25	—0,24554	—0,01473	—0,01642
10	0	— 10	— 20	—0,25095	—0,00995	—0,01457
15	5	— 5	— 15	—0,25421	—0,00502	—0,01259
20	10	0	— 10	—0,25530	+ 0	—0,01022
25	15	5	— 5	—0,25421	+0,00502	—0,00758
30	20	10	0	—0,25095	+0,00995	—0,00472
35	25	15	5	—0,24554	+0,01473	—0,00168
40	30	20	10	—0,23800	+0,01927	+0,00146
45	35	25	15	—0,22839	+0,02351	+0,00465
50	40	30	20	—0,21675	+0,02736	+0,00782
55	45	35	25	—0,20315	+0,03076	+0,01089
60	50	40	30	—0,18769	+0,03365	+0,01379
65	55	45	35	—0,17047	+0,03597	+0,01644
70	60	50	40	—0,15159	+0,03768	+0,01876
75	65	55	45	—0,13120	+0,03874	+0,02067
80	70	60	50	—0,10946	+0,03912	+0,02211
85	75	65	55	—0,08655	+0,03880	+0,02301
90	80	70	60	—0,06268	+0,03778	+0,02332
95	85	75	65	—0,03811	+0,03609	+0,02300
100	90	80	70	—0,01312	+0,03377	+0,02205
105	95	85	75	0,01191	+0,03090	+0,02049
110	100	90	80	0,03653	+0,02760	+0,01839
115	105	95	85	0,06010	+0,02406	+0,01593
120	110	100	90	0,08152	+0,02068	+0,01346
125	115	105	95	0,09888	+0,01817	+0,01173
130	120	110	100	0,11359	+0,01647	+0,01041
135	125	115	105	0,12641	+0,01440	+0,00931
140	130	120	110	0,13768	+0,01285	+0,00835
145	135	125	115	0,14762	+0,01144	+0,00751
150	140	130	120	0,15639	+0,01014	+0,00675
155	145	135	125	0,16409	+0,00894	+0,00605
160	150	140	130	0,17082	+0,00780	+0,00541
165	155	145	135	0,17663	+0,00672	+0,00480
170	160	150	140	0,18158	+0,00568	+0,00423
175	165	155	145	0,18571	+0,00468	+0,00370
180	170	160	150	0,18905	+0,00371	+0,00319
—175	175	165	155	0,19162	+0,00277	+0,00268
—170	180	170	160	0,19345	+0,00184	+0,00220
—165	—175	175	165	0,19454	+0,00092	+0,00173
—160	—170	180	170	0,19490	+ 0	+0,00127
—155	—165	—175	175	0,19454	—0,00092	+0,00081
—150	—160	—170	180	0,19345	—0,00184	+0,00036

TABLE III*).

Valeurs de $(-\xi_3)$ en fonction de ϑ pour $\gamma = 60^0, 70^0, 80^0$.

ϑ^0	$\gamma = 60^0$			$\gamma = 70^0$			$\gamma = 80^0$			ϑ^0
—180	0,04771	—0,02453 D_3	—0,01507 E_3	0,07253	—0,02486 D_3	—0,01520 E_3	0,10025	—0,02515 D_3	—0,01533 E_3	—180
—175	0,01518	—0,02102	—0,01260	0,03689	—0,02112	—0,01258	0,06098	—0,02114	—0,01252	—175
—170	—0,01185	—0,01850	—0,01094	0,00748	—0,01849	—0,01086	0,02886	—0,01840	—0,01073	—170
—165	—0,03530	—0,01649	—0,00967	—0,01793	—0,01643	—0,00956	0,00123	—0,01629	—0,00939	—165
—160	—0,05603	—0,01483	—0,00864	—0,04033	—0,01476	—0,00851	—0,02304	—0,01457	—0,00833	—160
—155	—0,07456	—0,01340	—0,00778	—0,06033	—0,01331	—0,00764	—0,04466	—0,01312	—0,00747	—155
—150	—0,09121	—0,01215	—0,00703	—0,07830	—0,01206	—0,00691	—0,06406	—0,01188	—0,00673	—150
—145	—0,10626	—0,01104	—0,00639	—0,09453	—0,01096	—0,00626	—0,08157	—0,01079	—0,00610	—145
—140	—0,11990	—0,01006	—0,00581	—0,10923	—0,00998	—0,00570	—0,09745	—0,00983	—0,00555	—140
—135	—0,13223	—0,00913	—0,00529	—0,12258	—0,00908	—0,00519	—0,11187	—0,00896	—0,00505	—135
—130	—0,14342	—0,00829	—0,00482	—0,13471	—0,00827	—0,00473	—0,12499	—0,00817	—0,00461	—130
—125	—0,15356	—0,00751	—0,00439	—0,14572	—0,00752	—0,00432	—0,13693	—0,00744	—0,00421	—125
—120	—0,16271	—0,00678	—0,00398	—0,15570	—0,00682	—0,00393	—0,14778	—0,00677	—0,00384	—120
—115	—0,17095	—0,00610	—0,00361	—0,16472	—0,00616	—0,00357	—0,15762	—0,00614	—0,00350	—115
—110	—0,17832	—0,00545	—0,00326	—0,17285	—0,00554	—0,00324	—0,16653	—0,00555	—0,00318	—110
—105	—0,18488	—0,00483	—0,00293	—0,18014	—0,00495	—0,00292	—0,17457	—0,00500	—0,00288	—105
—100	—0,19066	—0,00423	—0,00261	—0,18662	—0,00439	—0,00262	—0,18177	—0,00447	—0,00260	—100
—95	—0,19570	—0,00367	—0,00231	—0,19233	—0,00385	—0,00234	—0,18818	—0,00396	—0,00233	—95
—90	—0,20001	—0,00311	—0,00202	—0,19731	—0,00333	—0,00207	—0,19384	—0,00348	—0,00208	—90
—85	—0,20363	—0,00257	—0,00174	—0,20158	—0,00283	—0,00180	—0,19877	—0,00301	—0,00185	—85
—80	—0,20656	—0,00204	—0,00147	—0,20515	—0,00234	—0,00155	—0,20299	—0,00256	—0,00160	—80
—75	—0,20883	—0,00153	—0,00120	—0,20806	—0,00186	—0,00130	—0,20654	—0,00211	—0,00137	—75
—70	—0,21044	—0,00101	—0,00094	—0,21031	—0,00139	—0,00126	—0,20942	—0,00168	—0,00114	—70
—65	—0,21141	—0,00051	—0,00068	—0,21190	—0,00092	—0,00082	—0,21164	—0,00125	—0,00093	—65
—60	—0,21173	+ 0	—0,00043	—0,21286	—0,00046	—0,00059	—0,21323	—0,00083	—0,00071	—60
—55	—0,21141	+0,00051	—0,00018	—0,21318	+ 0	—0,00036	—0,21418	—0,00042	—0,00050	—55
—50	—0,21044	+0,00101	+0,00007	—0,21286	+0,00046	—0,00013	—0,21449	+ 0	—0,00029	—50
—45	—0,20883	+0,00153	+0,00033	—0,21190	+0,00092	+0,00010	—0,21418	+0,00042	—0,00009	—45
—40	—0,20656	+0,00204	+0,00058	—0,21031	+0,00139	+0,00033	—0,21323	+0,00083	+0,00012	—40
—35	—0,20363	+0,00257	+0,00083	—0,20806	+0,00186	+0,00056	—0,21164	+0,00125	+0,00033	—35
—30	—0 20001	+0,00311	+0,00109	—0,20515	+0,00234	+0,00079	—0,20942	+0,00168	+0,00054	—30
—25	—0,19570	+0,00367	+0,00136	—0,20158	+0,00283	+0,00103	—0,20654	+0,00211	+0,00075	—25
—20	—0,19066	+0,00423	+0,00162	—0,19731	+0,00333	+0,00127	—0,20299	+0,00256	+0,00096	—20
—15	—0,18488	+0,00483	+0,00190	—0,19233	+0,00385	+0,00152	—0,19877	+0,00301	+0,00118	—15
—10	—0,17832	+0,00545	+0,00219	—0,18662	+0,00439	+0,00177	—0,19384	+0,00348	+0,00140	—10
—5	—0,17095	+0,00610	+0,00249	—0,18014	+0,00495	+0,00203	—0,18818	+0,00396	+0,00163	—5
0	—0,16271	+0,00678	+0,00280	—0,17285	+0,00554	+0,00230	—0,18177	+0,00447	+0,00187	0
5	—0,15356	+0,00751	+0,00313	—0,16472	+0,00616	+0,00259	—0,17457	+0,00500	+0,00212	5
10	—0,14342	+0,00829	+0,00347	—0,15570	+0,00682	+0,00289	—0,16653	+0,00555	+0,00237	10
15	—0,13223	+0,00913	+0,00384	—0,14572	+0,00752	+0,00320	—0,15762	+0,00614	+0,00264	15
20	—0,11990	+0,01006	+0,00427	—0,13471	+0,00827	+0,00353	—0,14778	+0,00677	+0,00293	20
25	—0,10626	+0,01104	+0,00465	—0,12258	+0,00908	+0,00389	—0,13693	+0,00744	+0,00323	25
30	—0,09121	+0,01215	+0,00512	—0,10923	+0,00998	+0,00428	—0,12499	+0,00817	+0,00355	30
35	—0,07456	+0,01340	+0,00562	—0,09453	+0,01096	+0,00469	—0,11187	+0,00896	+0,00390	35
40	—0,05603	+0,01483	+0,00619	—0,07830	+0,01206	+0,00515	—0,09745	+0,00983	+0,00415	40
45	—0,03530	+0,01649	+0,00682	—0,06033	+0,01331	+0,00566	—0,08157	+0,01079	+0,00469	45
50	—0,01185	+0,01850	+0,00755	—0,04033	+0,01476	+0,00623	—0,06406	+0,01188	+0,00515	50
55	0,01518	+0,02102	+0,00841	—0,01793	+0,01643	+0,00688	—0,04466	+0,01312	+0,00565	55
60	0,04771	+0,02453	+0,00947	0,00748	+0,01849	+0,00763	—0,02304	+0,01457	+0,00623	60
65	0,08934	+0,02911	+0,01088	0,03689	+0,02112	+0,00853	0,00123	+0,01629	+0,00689	65
70	0,13449	+0,03504	+0,01270	0,07253	+0,02486	+0,00965	0,02886	+0,01840	+0,00767	70
75	0,17993	+0,03888	+0,01477	0,11861	+0,03071	+0,01120	0,06098	+0,02114	+0,00862	75
80	0,22383	+0,04099	+0,01686	0,16842	+0,03611	+0,01322	0,10025	+0,02515	+0,00982	80
85	0,26489	+0,04120	+0,01872	0,21808	+0,03987	+0,01549	0,15165	+0,03156	+0,01153	85
90	0,30213	+0,03950	+0,02010	0,26541	+0,04149	+0,01770	0,20784	+0,03725	+0,01380	90
95	0,33478	+0,03599	+0,02080	0,30886	+0,04083	+0,01953	0,26145	+0,04079	+0,01630	95
100	0,36223	+0,03087	+0,02065	0,34728	+0,03794	+0,02067	0,31246	+0,04167	+0,01860	100
105	0,38405	+0,02440	+0,01956	0,37980	+0,03302	+0,02089	0,35813	+0,03980	+0,02029	105
110	0,39986	+0,01687	+0,01747	0,40573	+0,02637	+0,02002	0,39711	+0,03533	+0,02100	110
115	0,40944	+0,00862	+0,01441	0,42459	+0,01836	+0,01798	0,42839	+0,02861	+0,02047	115
120	0,41265	+ 0	+0,01047	0,43604	+0,00942	+0,01477	0,45123	+0,02011	+0,01853	120
125	0,40944	—0,00862	+0,00580	0,43988	+ 0	+0,01049	0,46513	+0,01037	+0,01517	125
130	0,39986	—0,01687	+0,00060	0,43604	—0,00942	+0,00535	0,46979	+ 0	+0,01051	130
135	0,38405	—0,02440	—0,00484	0,42459	—0,01836	—0,00038	0,46513	—0,01037	+0,00480	135
140	0,36223	—0,03087	—0,01022	0,40573	—0,02637	—0,00635	0,45123	—0,02011	—0,00158	140
145	0,33478	—0,03599	—0,01519	0,37980	—0,03302	—0,01213	0,42839	—0,02861	—0,00815	145
150	0,30213	—0,03950	—0,01940	0,34728	—0,03794	—0,01727	0,39711	—0,03533	—0,01433	150
155	0,26489	—0,04120	—0,02248	0,30886	—0,04083	—0,02130	0,35813	—0,03980	—0,01951	155
160	0,22383	—0,04099	—0,02413	0,26541	—0,04149	—0,02390	0,31246	—0,04167	—0,02308	160
165	0,17993	—0,03888	—0,02411	0,21808	—0,03987	—0,02438	0,26145	—0,04079	—0,02450	165
170	0,13449	—0,03504	—0,02234	0,16842	—0,03611	—0,02290	0,20784	—0,03725	—0,02345	170
175	0,08934	—0,02911	—0,01904	0,11861	—0,03071	—0,01951	0,15165	—0,03156	—0,02003	175
180	0,04771	—0,02453	—0,01507	0,07253	—0,02486	—0,01520	0,10025	—0,02515	—0,01533	180

*) Les signes D_3 et E_3 se repètent le long de chaque colonne.

TABLE III.

Valeurs de $(-\xi_1)$ en fonction de ϑ pour $\gamma = 90^0, 100^0, 110^0$.

ϑ^0	$\gamma = 90^0$			$\gamma = 100^0$			$\gamma = 110^0$			ϑ^0
— 180	0,13143	—0,02542 D_3	—0,01544 E_3	0,16682	—0,02565 D_3	—0,01554 E_3	0,20748	—0,02586 D_3	—0,01563 E_3	— 180
— 175	0,08784	—0,02109	—0,01242	0,11800	—0,02095	—0,01226	0,15216	—0,02068	—0,01203	— 175
— 170	0,05257	—0,01822	—0,01054	0,07902	—0,01792	—0,01029	0,10870	—0,01748	—0,00997	— 170
— 165	0,02243	—0,01604	—0,00917	0,04594	—0,01567	—0,00889	0,07218	—0,01516	—0,00853	— 165
— 160	—0,00396	—0,01429	—0,00810	0,01715	—0,01389	—0,00781	0,04059	—0,01336	—0,00744	— 160
— 155	—0,02738	—0,01284	—0,00724	—0,00832	—0,01244	—0,00695	0,01279	—0,01191	—0,00659	— 155
— 150	—0,04837	—0,01160	—0,00651	—0,03107	—0,01121	—0,00623	—0,01197	—0,01070	—0,00589	— 150
— 145	—0,06730	—0,01053	—0,00589	—0,05156	—0,01016	—0,00562	—0,03420	—0,00967	—0,00530	— 145
— 140	—0,08444	—0,00958	—0,00535	—0,07010	—0,00924	—0,00510	—0,05428	—0,00877	—0,00479	— 140
— 135	—0,10002	—0,00874	—0,00487	—0,08694	—0,00842	—0,00464	—0,07250	—0,00799	—0,00436	— 135
— 130	—0,11420	—0,00797	—0,00445	—0,10227	—0,00768	—0,00423	—0,08909	—0,00729	—0,00397	— 130
— 125	—0,12713	—0,00728	—0,00406	—0,11625	—0,00702	—0,00387	—0,10421	—0,00666	—0,00363	— 125
— 120	—0,13890	—0,00663	—0,00371	—0,12900	—0,00641	—0,00354	—0,11802	—0,00609	—0,00332	— 120
— 115	—0,14961	—0,00604	—0,00338	—0,14063	—0,00585	—0,00323	—0,13063	—0,00557	—0,00303	— 115
— 110	—0,15934	—0,00548	—0,00308	—0,15123	—0,00533	—0,00295	—0,14214	—0,00508	—0,00277	— 110
— 105	—0,16815	—0,00496	—0,00280	—0,16086	—0,00484	—0,00269	—0,15264	—0,00463	—0,00253	— 105
— 100	—0,17610	—0,00447	—0,00254	—0,16958	—0,00441	—0,00244	—0,16218	—0,00421	—0,00231	— 100
— 95	—0,18323	—0,00400	—0,00229	—0,17746	—0,00394	—0,00221	—0,17084	—0,00382	—0,00210	— 95
— 90	—0,18958	—0,00354	—0,00205	—0,18453	—0,00353	—0,00200	—0,17865	—0,00343	—0,00190	— 90
— 85	—0,19519	—0,00311	—0,00183	—0,19083	—0,00313	—0,00179	—0,18567	—0,00307	—0,00171	— 85
— 80	—0,20007	—0,00269	—0,00161	—0,19639	—0,00275	—0,00159	—0,19192	—0,00273	—0,00153	— 80
— 75	—0,20427	—0,00229	—0,00140	—0,20124	—0,00238	—0,00140	—0,19744	—0,00240	—0,00136	— 75
— 70	—0,20778	—0,00189	—0,00120	—0,20540	—0,00202	—0,00121	—0,20226	—0,00207	—0,00120	— 70
— 65	—0,21064	—0,00150	—0,00100	—0,20889	—0,00167	—0,00103	—0,20639	—0,00176	—0,00104	— 65
— 60	—0,21285	—0,00112	—0,00080	—0,21172	—0,00122	—0,00086	—0,20986	—0,00146	—0,00088	— 60
— 55	—0,21442	—0,00075	—0,00061	—0,21392	—0,00099	—0,00069	—0,21268	—0,00116	—0,00073	— 55
— 50	—0,21536	—0,00037	—0,00042	—0,21548	—0,00066	—0,00052	—0,21486	—0,00087	—0,00058	— 50
— 45	—0,21567	+ 0	—0,00024	—0,21641	—0,00033	—0,00035	—0,21641	—0,00057	—0,00043	— 45
— 40	—0,21536	+0,00037	—0,00005	—0,21672	+ 0	—0,00019	—0,21734	—0,00029	—0,00029	— 40
— 35	—0,21442	+0,00075	+0,00013	—0,21641	+0,00033	—0,00002	—0,21765	+ 0	—0,00014	— 35
— 30	—0,21285	+0,00112	+0,00032	—0,21548	+0,00066	+0,00014	—0,21734	+0,00029	+0,00000	— 30
— 25	—0,21064	+0,00150	+0,00051	—0,21392	+0,00099	+0,00031	—0,21641	+0,00057	+0,00014	— 25
— 20	—0,20778	+0,00189	+0,00070	—0,21172	+0,00122	+0,00047	—0,21486	+0,00087	+0,00029	— 20
— 15	—0,20427	+0,00229	+0,00089	—0,20889	+0,00167	+0,00064	—0,21268	+0,00116	+0,00043	— 15
— 10	—0,20007	+0,00269	+0,00108	—0,20540	+0,00202	+0,00081	—0,20986	+0,00146	+0,00058	— 10
— 5	—0,19519	+0,00311	+0,00128	—0,20124	+0,00238	+0,00098	—0,20639	+0,00176	+0,00073	— 5
0	—0,18958	+0,00354	+0,00149	—0,19639	+0,00275	+0,00116	—0,20226	+0,00207	+0,00088	0
5	—0,18323	+0,00400	+0,00170	—0,19083	+0,00313	+0,00134	—0,19744	+0,00240	+0,00103	5
10	—0,17610	+0,00447	+0,00197	—0,18453	+0,00353	+0,00153	—0,19192	+0,00273	+0,00119	10
15	—0,16815	+0,00496	+0,00216	—0,17746	+0,00394	+0,00173	—0,18567	+0,00307	+0,00136	15
20	—0,15934	+0,00548	+0,00240	—0,16958	+0,00441	+0,00194	—0,17865	+0,00343	+0,00153	20
25	—0,14961	+0,00604	+0,00266	—0,16086	+0,00484	+0,00215	—0,17084	+0,00382	+0,00171	25
30	—0,13890	+0,00663	+0,00293	—0,15123	+0,00533	+0,00238	—0,16218	+0,00421	+0,00190	30
35	—0,12713	+0,00728	+0,00322	—0,14063	+0,00585	+0,00262	—0,15264	+0,00463	+0,00210	35
40	—0,11420	+0,00797	+0,00353	—0,12900	+0,00641	+0,00287	—0,14214	+0,00508	+0,00231	40
45	—0,10002	+0,00874	+0,00386	—0,11625	+0,00702	+0,00315	—0,13063	+0,00557	+0,00253	45
50	—0,08444	+0,00958	+0,00423	—0,10227	+0,00768	+0,00345	—0,11802	+0,00609	+0,00277	50
55	—0,06730	+0,01053	+0,00464	—0,08694	+0,00842	+0,00378	—0,10421	+0,00666	+0,00304	55
60	—0,04837	+0,01160	+0,00509	—0,07010	+0,00924	+0,00414	—0,08909	+0,00729	+0,00333	60
65	—0,02738	+0,01284	+0,00560	—0,05156	+0,01016	+0,00453	—0,07250	+0,00799	+0,00363	65
70	—0,00396	+0,01429	+0,00618	—0,03107	+0,01121	+0,00498	—0,05428	+0,00877	+0,00398	70
75	0,02243	+0,01604	+0,00686	—0,00832	+0,01244	+0,00549	—0,03420	+0,00967	+0,00437	75
80	0,05257	+0,01822	+0,00767	0,01715	+0,01389	+0,00608	—0,01197	+0,01070	+0,00481	80
85	0,08784	+0,02109	+0,00867	0,04594	+0,01567	+0,00678	0,01279	+0,01191	+0,00532	85
90	0,13143	+0,02542	+0,00998	0,07902	+0,01792	+0,00762	0,04059	+0,01336	+0,00592	90
95	0,18932	+0,03250	+0,01190	0,11800	+0,02095	+0,00868	0,07218	+0,01516	+0,00663	95
100	0,25122	+0,03846	+0,01447	0,16682	+0,02565	+0,01011	0,10870	+0,01748	+0,00751	100
105	0,31122	+0,04157	+0,01721	0,23282	+0,03357	+0,01231	0,15216	+0,02068	+0,00865	105
110	0,36605	+0,04132	+0,01954	0,30271	+0,03971	+0,01527	0,20748	+0,02586	+0,01023	110
115	0,41345	+0,03773	+0,02090	0,36900	+0,04202	+0,01826	0,28388	+0,03481	+0,01280	115
120	0,45181	+0,03116	+0,02086	0,42751	+0,04004	+0,02045	0,36365	+0,04094	+0,01624	120
125	0,47997	+0,02218	+0,01913	0,47547	+0,03403	+0,02112	0,43691	+0,04182	+0,01941	125
130	0,49716	+0,01152	+0,01565	0,51097	+0,02467	+0,01977	0,49821	+0,03717	+0,02113	130
135	0,50295	+ 0	+0,01053	0,53275	+0,01295	+0,01621	0,54426	+0,02769	+0,02043	135
140	0,49716	—0,01152	+0,00412	0,54009	+ 0	+0,01055	0,57268	+0,01475	+0,01688	140
145	0,47997	—0,02218	—0,00305	0,53275	—0,01295	+0,00326	0,58229	+ 0	+0,01057	145
150	0,45181	—0,03116	—0,01030	0,51097	—0,02467	—0,00490	0,57268	—0,01475	+0,00213	150
155	0,41345	—0,03773	—0,01683	0,47547	—0,03403	—0,01291	0,54426	—0,02769	—0,00727	155
160	0,36605	—0,04132	—0,02178	0,42751	—0,04004	—0,01959	0,49821	—0,03717	—0,01603	160
165	0,31122	—0,04157	—0,02435	0,36900	—0,04202	—0,02376	0,43691	—0,04182	—0,02240	165
170	0,25122	—0,03846	—0,02399	0,30271	—0,03971	—0,02444	0,36365	—0,04094	—0,02470	170
175	0,18932	—0,03250	—0,02060	0,23282	—0,03357	—0,02126	0,28388	—0,03481	—0,02200	175
180	0,13143	—0,02542	—0,01544	0,16682	—0,02565	—0,01554	0,20748	—0,02586	—0,01563	180

TABLE IV*).

Valeurs de η_1 en fonction de ϑ pour $\beta = 20^0, 30^0, 40^0, 50^0, 60^0, 70^0$..

ϑ^0	$\beta' = 20^0$	$\beta' = 30^0$	$\beta' = 40^0$	ϑ^0
— 180	0 + 0 D_1 + 0 E_1	0 + 0 D_1 + 0 E_1	0 + 0 D_1 + 0 E_1	— 180
— 175	0,00287+0,00092D_1+0,00003E_1	0,00326+0,00104D_1+0,00003E_1	0,00374+0,00119D_1+0,00004E_1	— 175
— 170	0,01123+0,00343 +0,00021	0,01274+0,00387 +0,00026	0,01458+0,00440 +0,00031	— 170
— 165	0,02472+0,00722 +0,00068	0,02800+0,00810 +0,00081	0,03198+0,00915 +0,00098	— 165
— 160	0,04297+0,01196 +0,00150	0,04859+0,01334 +0,00178	0,05539+0,01499 +0,00214	— 160
— 155	0,06561+0,01738 +0,00272	0,07407+0,01929 +0,00322	0,08427+0,02152 +0,00384	— 155
— 150	0,09229+0,02321 +0,00435	0,10400+0,02560 +0,00512	0,11808+0,02835 +0,00607	— 150
— 145	0,12262+0,02921 +0,00639	0,13793+0,03200 +0,00747	0,15625+0,03516 +0,00879	— 145
— 140	0,15625+0,03516 +0,00879	0,17541+0,03824 +0,01020	0,19825+0,04165 +0,01190	— 140
— 135	0,19281+0,04086 +0,01149	0,21600+0,04410 +0,01323	0,24353+0,04757 +0,01529	— 135
— 130	0,23193+0,04616 +0,01442	0,25926+0,04938 +0,01646	0,29155+0,05271 +0,01883	— 130
— 125	0,27325+0,05089 +0,01749	0,30474+0,05393 +0,01977	0,34175+0,05689 +0,02235	— 125
— 120	0,31641+0,05493 +0,02060	0,35200+0,05760 +0,02304	0,39359+0,05997 +0,02570	— 120
— 115	0,36102+0,05818 +0,02364	0,40059+0,06030 +0,02613	0,44652+0,06186 +0,02872	— 115
— 110	0,40674+0,06056 +0,02650	0,45007+0,06195 +0,02891	0,50000+0,06250 +0,03125	— 110
— 105	0,45319+0,06201 +0,02907	0,50000+0,06250 +0,03125	0,55348+0,06186 +0,03314	— 105
— 100	0,50000+0,06250 +0,03125	0,54993+0,06195 +0,03304	0,60641+0,05997 +0,03427	— 100
— 95	0,54681+0,06201 +0,03294	0,59941+0,06030 +0,03417	0,65825+0,05689 +0,03454	— 95
— 90	0,59326+0,06056 +0,03407	0,64800+0,05760 +0,03456	0,70845+0,05271 +0,03389	— 90
— 85	0,63898+0,05818 +0,03455	0,69526+0,05393 +0,03415	0,75647+0,04757 +0,03228	— 85
— 80	0,68359+0,05493 +0,03433	0,74074+0,04938 +0,03292	0,80175+0,04165 +0,02975	— 80
— 75	0,72675+0,05089 +0,03340	0,78400+0,04410 +0,03087	0,84375+0,03516 +0,02637	— 75
— 70	0,76807+0,04616 +0,03173	0,82459+0,03824 +0,02804	0,88192+0,02835 +0,02227	— 70
— 65	0,80719+0,04086 +0,02937	0,86207+0,03200 +0,02453	0,91573+0,02152 +0,01767	— 65
— 60	0,84375+0,03516 +0,02637	0,89600+0,02560 +0,02048	0,94461+0,01499 +0,01285	— 60
— 55	0,87738+0,02921 +0,02282	0,92593+0,01929 +0,01608	0,96802+0,00915 +0,00817	— 55
— 50	0,90771+0,02321 +0,01886	0,95141+0,01334 +0,01157	0,98542+0,00440 +0,00408	— 50
— 45	0,93439+0,01738 +0,01466	0,97200+0,00810 +0,00729	0,99626+0,00119 +0,00114	— 45
— 40	0,95703+0,01196 +0,01047	0,98726+0,00387 +0,00361	1 + 0 D_1 + 0 E_1	— 40
— 35	0,97528+0,00722 +0,00654	0,99674+0,00104 +0,00100		— 35
— 30	0,98877+0,00343 +0,00322	1 + 0 D_1 + 0 E_1		— 30
— 25	0,99713+0,00092 +0,00089			— 25
— 20	1 + 0 D_1 + 0 E_1			— 20

ϑ^0	$\beta' = 50^0$	$\beta' = 60^0$	$\beta' = 70^0$	ϑ^0
— 180	0 + 0 D_1 + 0 E_1	0 + 0 D_1 + 0 E_1	0 + 0 D_1 + 0 E_1	— 180
— 175	0,00432+0,00137D_1+0,00005E_1	0,00506+0,00159D_1+0,00007E_1	0,00601+0,00188D_1+0,00009E_1	— 175
— 170	0,01684+0,00504 +0,00039	0,01968+0,00584 +0,00049	0,02329+0,00683 +0,00062	— 170
— 165	0,03687+0,01042 +0,00120	0,04297+0,01196 +0,00150	0,05071+0,01387 +0,00189	— 165
— 160	0,06372+0,01695 +0,00261	0,07407+0,01929 +0,00321	0,08715+0,02213 +0,00402	— 160
— 155	0,09672+0,02413 +0,00464	0,11212+0,02720 +0,00567	0,13148+0,03084 +0,00701	— 155
— 150	0,13518+0,03151 +0,00727	0,15625+0,03516 +0,00879	0,18257+0,03934 +0,01073	— 150
— 145	0,17843+0,03871 +0,01042	0,20558+0,04268 +0,01245	0,23929+0,04706 +0,01497	— 145
— 140	0,22576+0,04538 +0,01396	0,25926+0,04938 +0,01647	0,30053+0,05355 +0,01947	— 140
— 135	0,27651+0,05123 +0,01773	0,31641+0,05493 +0,02060	0,36514+0,05844 +0,02391	— 135
— 130	0,33000+0,05602 +0,02154	0,37616+0,05908 +0,02461	0,43201+0,06147 +0,02794	— 130
— 125	0,38553+0,05958 +0,02521	0,43764+0,06163 +0,02825	0,50000+0,06250 +0,03125	— 125
— 120	0,44242+0,06176 +0,02850	0,50000+0,06250 +0,03125	0,56799+0,06147 +0,03353	— 120
— 115	0,50000+0,06250 +0,03125	0,56236+0,06163 +0,03339	0,63486+0,05844 +0,03453	— 115
— 110	0,55758+0,06176 +0,03326	0,62384+0,05908 +0,03446	0,69947+0,05355 +0,03408	— 110
— 105	0,61447+0,05958 +0,03437	0,68359+0,05493 +0,03433	0,76071+0,04706 +0,03209	— 105
— 100	0,67000+0,05602 +0,03447	0,74074+0,04938 +0,03292	0,81743+0,03934 +0,02861	— 100
— 95	0,72349+0,05123 +0,03349	0,79442+0,04268 +0,03023	0,86852+0,03084 +0,02383	— 95
— 90	0,77424+0,04538 +0,03141	0,84375+0,03516 +0,02637	0,91285+0,02213 +0,01811	— 90
— 85	0,82157+0,03871 +0,02829	0,88788+0,02720 +0,02153	0,94929+0,01387 +0,01198	— 85
— 80	0,86482+0,03151 +0,02424	0,92593+0,01929 +0,01608	0,97671+0,00683 +0,00621	— 80
— 75	0,90328+0,02413 +0,01949	0,95703+0,01196 +0,01047	0,99399+0,00188 +0,00180	— 75
— 70	0,93628+0,01695 +0,01434	0,98032+0,00584 +0,00535	1 + 0 D_1 + 0 E_1	— 70
— 65	0,96313+0,01042 +0,00922	0,99494+0,00159 +0,00153		— 65
— 60	0,98316+0,00504 +0,00465	1 + 0 D_1 + 0 E_1		— 60
— 55	0,99568+0,00137 +0,00132			— 55
— 50	1 + 0 D_1 + 0 E_1			— 50

*) Les signes D_1 et E_1 se repètent le long de chaque colonne.

TABLE IV.

Valeurs de η_1 en fonction de ϑ pour $\beta = 80^0, 90^0, 100^0, 110^0, 120^0, 130^0$

ϑ^0	$\beta' = 80^0$	$\beta' = 90^0$	$\beta' = 100^0$	ϑ^0
— 180	$0 + 0\,D_1 + 0\,E_1$	$0 + 0\,D_1 + 0\,E_1$	$0 + 0\,D_1 + 0\,E_1$	— 180
— 175	0,00725+0,00226D_1+0,00011E_1	0,00892+0,00275D_1+0,00015	0,01123+0,00343D_1+0,00021E_1	— 175
— 170	0,02800+0,00810 +0,00081	0,03429+0,00975 +0,00108	0,04297+0,01196 +0,00150	— 170
— 165	0,06075+0,01626 +0,00244	0,07407+0,01929 +0,00322	0,09229+0,02321 +0,00435	— 165
— 160	0,10400+0,02560 +0,00512	0,12620+0,02987 +0,00664	0,15625+0,03516 +0,00879	— 160
— 155	0,15625+0,03516 +0,00879	0,18861+0,04025 +0,01118	0,23193+0,04616 +0,01442	— 155
— 150	0,21600+0,04410 +0,01323	0,25926+0,04938 +0,01646	0,31641+0,05493 +0,02060	— 150
— 145	0,28175+0,05176 +0,01811	0,33608+0,05648 +0,02196	0,40674+0,06056 +0,02650	— 145
— 140	0,35200+0,05760 +0,02304	0,41701+0,06097 +0,02710	0,50000+0,06250 +0,03125	— 140
— 135	0,42525+0,06126 +0,02757	0,50000+0,06250 +0,03125	0,59326+0,06056 +0,03407	— 135
— 130	0,50000+0,06250 +0,03125	0,58299+0,06097 +0,03387	0,68359+0,05493 +0,03433	— 130
— 125	0,57475+0,06126 +0,03369	0,66392+0,05648 +0,03452	0,76807+0,04616 +0,03173	— 125
— 120	0,64800+0,05760 +0,03456	0,74074+0,04938 +0,03292	0,84375+0,03516 +0,02637	— 120
— 115	0,71825+0,05176 +0,03364	0,81139+0,04025 +0,02907	0,90771+0,02321 +0,01886	— 115
— 110	0,78400+0,04410 +0,03087	0,87380+0,02987 +0,02323	0,95703+0,01196 +0,01047	— 110
— 105	0,84375+0,03516 +0,02637	0,92593+0,01929 +0,01608	0,98877+0,00343 +0,00322	— 105
— 100	0,89600+0,02560 +0,02048	0,96571+0,00975 +0,00867	$1 + 0\,D_1 + 0\,E_1$	— 100
— 95	0,93925+0,01626 +0,01382	0,99108+0,00275 +0,00260		— 95
— 90	0,97200+0,00810 +0,00729	$1 + 0\,D_1 + 0\,E_1$		— 90
— 85	0,99275+0,00226 +0,00214			— 85
— 80	$1 + 0\,D_1 + 0\,E_1$			— 80

ϑ^0	$\beta' = 110^0$	$\beta' = 120^0$	$\beta' = 130^0$	ϑ^0
— 180	$0 + 0\,D_1 + 0\,E_1$	$0 + 0\,D_1 + 0\,E_1$	$0 + 0\,D_1 + 0\,E_1$	— 180
— 175	0,01458+0,00440D_1+0,00031E_1	0,01968+0,00584D_1+0,00049E_1	0,02800+0,00810D_1+0,00081E_1	— 175
— 170	0,05539+0,01499 +0,00214	0,07407+0,01929 +0,00321	0,10400+0,02560 +0,00512	— 170
— 165	0,11808+0,02835 +0,00607	0,15625+0,03516 +0,00879	0,21600+0,04410 +0,01323	— 165
— 160	0,19825+0,04165 +0,01190	0,25926+0,04938 +0,01647	0,35200+0,05760 +0,02304	— 160
— 155	0,29155+0,05271 +0,01883	0,37616+0,05908 +0,02462	0,50000+0,06250 +0,03125	— 155
— 150	0,39359+0,05997 +0,02570	0,50000+0,06250 +0,03125	0,64800+0,05760 +0,03456	— 150
— 145	0,50000+0,06250 +0,03125	0,62384+0,05908 +0,03446	0,78400+0,04410 +0,03087	— 145
— 140	0,60641+0,05997 +0,03427	0,74074+0,04938 +0,03292	0,89600+0,02560 +0,02048	— 140
— 135	0,70845+0,05271 +0,03389	0,84375+0,03516 +0,02637	0,97200+0,00810 +0,00729	— 135
— 130	0,80175+0,04165 +0,02975	0,92593+0,01929 +0,01608	$1 + 0\,D_1 + 0\,E_1$	— 130
— 125	0,88192+0,02835 +0,02227	0,98032+0,00584 +0,00535		— 125
— 120	0,94461+0,01499 +0,01285	$1 + 0\,D_1 + 0\,E_1$		— 120
— 115	0,98542+0,00440 +0,00408			— 115
— 110	$1 + 0\,D_1 + 0\,D_1$			— 110

TABLE V*)

Valeurs de η_2 en fonction de ϑ pour $\beta + \gamma = 80^0, 90^0, 100^0, 110^0, 120^0, 130^0$.

$\beta + \gamma = 80^0$

β=20	β=30	β=40	β=50	η_2
ϑ°	ϑ°	ϑ°	ϑ°	
— 20	— 30	— 40	— 50	0 + 0 D_2 + 0 E_2
— 15	— 25	— 35	— 45	0,01123+0,00343 D_2+0,00021 E_2
— 10	— 20	— 30	— 40	0,04297+0,01196 +0,00150
— 5	— 15	— 25	— 35	0,09229+0,02321 +0,00453
0	— 10	— 20	— 30	0,15625+0,03516 +0,00879
5	— 5	— 15	— 25	0,23193+0,04616 +0,01442
10	0	— 10	— 20	0,31641+0,05493 +0,02060
15	5	— 5	— 15	0,40674+0,06056 +0,02650
20	10	0	— 10	0,50000+0,06250 +0,03125
25	15	5	— 5	0,59326+0,06056 +0,03407
30	20	10	0	0,68359+0,05493 +0,03433
35	25	15	5	0,76807+0,04616 +0,03173
40	30	20	10	0,84375+0,03516 +0,02637
45	35	25	15	0,90771+0,02321 +0,01886
50	40	30	20	0,95703+0,01196 +0,01047
55	45	35	25	0,98877+0,00343 +0,00322
60	50	40	30	1 + 0 D_2 + 0 E_2

$\beta + \gamma = 90^0$

β=20	β=30	β=40	β=50	β=60	η_2
ϑ°	ϑ°	ϑ°	ϑ°	ϑ°	
— 20	— 30	— 40	— 50	— 60	0 + 0 D_2 + 0 F_2
— 15	— 25	— 35	— 45	— 55	0,00892+0,00275 D_2+0,00015 E_2
— 10	— 20	— 30	— 40	— 50	0,03429+0,00975 +0,00108
— 5	— 15	— 25	— 35	— 45	0,07407+0,01929 +0,00322
0	— 10	— 20	— 30	— 40	0,12620+0,02987 +0,00664
5	— 5	— 15	— 25	— 35	0,18861+0,04025 +0,01118
10	0	— 10	— 20	— 30	0,25926+0,04938 +0,01646
15	5	— 5	— 15	— 25	0,33608+0,05648 +0,02196
20	10	0	— 10	— 20	0,41701+0,06097 +0,02710
25	15	5	— 5	— 15	0,50000+0,06250 +0,03125
30	20	10	0	— 10	0,58299+0,06097 +0,03387
35	25	15	5	— 5	0,66392+0,05648 +0,03452
40	30	20	10	0	0,74074+0,04938 +0,03292
45	35	25	15	5	0,81139+0,04025 +0,02907
50	40	30	20	10	0,87380+0,02987 +0,02323
55	45	35	25	15	0,92593+0,01929 +0,01608
60	50	40	30	20	0,96571+0,00975 +0,00867
65	55	45	35	25	0,99108+0,00275 +0,00260
70	60	50	40	30	1 + 0 D_2 + 0 E_2

$\beta + \gamma = 100^0$

β=30	β=40	β=50	β=60	η_2
ϑ°	ϑ°	ϑ°	ϑ°	
— 30	— 40	— 50	— 60	0 + 0 D_2 + 0 E_2
— 25	— 35	— 45	— 55	0,00725+0,00226 D_2+0,00011 E_2
— 20	— 30	— 40	— 50	0,02800+0,00810 +0,00081
— 15	— 25	— 35	— 45	0,06075+0,01626 +0,00244
— 10	— 20	— 30	— 40	0,10400+0,02560 +0,00512
— 5	— 15	— 25	— 35	0,15625+0,03516 +0,00879
0	— 10	— 20	— 30	0,21600+0,04410 +0,01323
5	— 5	— 15	— 25	0,28175+0,05176 +0,01811
10	0	— 10	— 20	0,35200+0,05760 +0,02304
15	5	— 5	— 15	0,42525+0,06126 +0,02757
20	10	0	— 10	0,50000+0,06250 +0,03125
25	15	5	— 5	0,57475+0,06126 +0,03369
30	20	10	0	0,64800+0,05760 +0,03456
35	25	15	5	0,71825+0,05176 +0,03364
40	30	20	10	0,78400+0,04410 +0,03087
45	35	25	15	0,84375+0,03516 +0,02637
50	40	30	20	0,89600+0,02560 +0,02048
55	45	35	25	0,93925+0,01626 +0,01382
60	50	40	30	0,97200+0,00810 +0,00729
65	55	45	35	0,99275+0,00226 +0,00214
70	60	50	40	1 + 0 D_2 + 0 E_2

$\beta + \gamma = 110^0$

β=30	β=40	β=50	β=60	β=70	η_2
ϑ°	ϑ°	ϑ°	ϑ°	ϑ°	
— 30	— 40	— 50	— 60	— 70	0 + 0 D_2 + 0 E_2
— 25	— 35	— 45	— 55	— 65	0,00601+0,00188 D_2+0,00009 E_2
— 20	— 30	— 40	— 50	— 60	0,02329+0,00683 +0,00062
— 15	— 25	— 35	— 45	— 55	0,05071+0,01387 +0,00189
— 10	— 20	— 30	— 40	— 50	0,08715+0,02231 +0,00402
— 5	— 15	— 25	— 35	— 45	0,13148+0,03084 +0,00701
0	— 10	— 20	— 30	— 40	0,18257+0,03934 +0,01073
5	— 5	— 15	— 25	— 35	0,23929+0,04706 +0,01497
10	0	— 10	— 20	— 30	0,30053+0,05355 +0,01947
15	5	— 5	— 15	— 25	0,36514+0,05844 +0,02391
20	10	0	— 10	— 20	0,43201+0,06147 +0,02794
25	15	5	— 5	— 15	0,50000+0,06250 +0,03125
30	20	10	0	— 10	0,56799+0,06147 +0,03353
35	25	15	5	— 5	0,63486+0,05844 +0,03453
40	30	20	10	0	0,69947+0,05355 +0,03408
45	35	25	15	5	0,76071+0,04706 +0,03209
50	40	30	20	10	0,81743+0,03934 +0,02861
55	45	35	25	15	0,86852+0,03084 +0,02383
60	50	40	30	20	0,91285+0,02231 +0,01811
65	55	45	35	25	0,94929+0,01387 +0,01198
70	60	50	40	30	0,97671+0,00683 +0,00621
75	65	55	45	35	0,99399+0,00188 +0,00180
80	70	60	50	40	1 + 0 D_2 + 0 E_2

$\beta + \gamma = 120^0$

β=30	β=40	β=50	β=60	β=70	η_2
ϑ°	ϑ°	ϑ°	ϑ°	ϑ°	
— 30	— 40	— 50	— 60	— 70	0 + 0 D_2 + 0 E_2
— 25	— 35	— 55	— 55	— 65	0,00506+0,00159 D_2+0,00007 E_2
— 20	— 30	— 40	— 50	— 60	0,01968+0,00584 +0,00049
— 15	— 25	— 45	— 45	— 55	0,04297+0,01196 +0,00150
— 10	— 20	— 30	— 40	— 50	0,07407+0,01929 +0,00321
— 5	— 15	— 35	— 35	— 45	0,11212+0,02720 +0,00567
0	— 10	— 20	— 30	— 40	0,15625+0,03516 +0,00879
5	— 5	— 25	— 25	— 35	0,20558+0,04268 +0,01245
10	0	— 10	— 20	— 30	0,25926+0,04938 +0,01647
15	5	— 5	— 15	— 25	0,31641+0,05493 +0,02060
20	10	0	— 10	— 20	0,37616+0,05908 +0,02461
25	15	5	— 5	— 15	0,43764+0,06163 +0,02825
30	20	10	0	— 10	0,50000+0,06250 +0,03125
35	25	15	5	— 5	0,56236+0,06163 +0,03339
40	30	20	10	0	0,62384+0,05908 +0,03446
45	35	25	15	5	0,68359+0,05493 +0,03433
50	40	30	20	10	0,74074+0,04938 +0,03292
55	45	35	25	15	0,79442+0,04268 +0,03023
60	50	40	30	20	0,84375+0,03516 +0,02637
65	55	45	35	25	0,88788+0,02720 +0,02153
70	60	50	40	30	0,92593+0,01929 +0,01608
75	65	55	45	35	0,95703+0,01196 +0,01047
80	70	60	50	40	0,98032+0,00584 +0,00535
85	75	65	55	45	0,99494+0,00159 +0,00153
90	80	70	60	50	1 + 0 D_2 + 0 E_2

$\beta + \gamma = 130^0$

β=40	β=50	β=60	β=70	η_2
ϑ°	ϑ°	ϑ°	ϑ°	
— 40	— 50	— 60	— 70	0 + 0 D_2 + 0 E_2
— 35	— 45	— 55	— 65	0,00432+0,00137 D_2+0,00005 E_2
— 30	— 40	— 50	— 60	0,01684+0,00504 +0,00039
— 25	— 35	— 45	— 55	0,03687+0,01042 +0,00120
— 20	— 30	— 40	— 50	0,06372+0,01695 +0,00261
— 15	— 25	— 35	— 45	0,09672+0,02413 +0,00464
— 10	— 20	— 30	— 40	0,13528+0,03151 +0,00727
— 5	— 15	— 25	— 35	0,17843+0,03871 +0,01042
0	— 10	— 20	— 30	0,22576+0,04538 +0,01396
5	— 5	— 15	— 25	0,27651+0,05123 +0,01773
10	0	— 10	— 20	0,33000+0,05602 +0,02154
15	5	— 5	— 15	0,38553+0,05958 +0,02521
20	10	0	— 10	0,44242+0,06176 +0,02850
25	15	5	— 5	0,50000+0,06250 +0,03125
30	20	10	0	0,55758+0,06176 +0,03326
35	25	15	5	0,61447+0,05958 +0,03437
40	30	20	10	0,67000+0,05602 +0,03447
45	35	25	15	0,72349+0,05123 +0,03349
50	40	30	20	0,77424+0,04538 +0,03141
55	45	35	25	0,82157+0,03871 +0,02829
60	50	40	30	0,86482+0,03151 +0,02424
65	55	45	35	0,90328+0,02413 +0,01949
70	60	50	40	0,93628+0,01695 +0,01434
75	65	55	45	0,96313+0,01042 +0,00922
80	70	60	50	0,98316+0,00504 +0,00465
85	75	65	55	0,99568+0,00137 +0,00132
90	80	70	60	1 + 0 D_2 + 0 E_2

TABLE V

Valeurs de η_2 en fonction de ϑ pour $\beta + \gamma = 140^0, 150^0, 160^0, 170^0$.

$\beta + \gamma = 140^0$					
β=40	β=50	β=60	β=70	β=80	η_2
ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	
−40	−50	−60	−70	−80	$0 + 0\,D_2 + 0\,E_2$
−35	−45	−55	−65	−75	0,00374+0,00119D_2+0,00004E_2
−30	−40	−50	−60	−70	0,01458+0,00440 +0,00031
−25	−35	−45	−55	−65	0,03198+0,00915 +0,00098
−20	−30	−40	−50	−60	0,05539+0,01499 +0,00214
−15	−25	−35	−45	−55	0,08427+0,02152 +0,00384
−10	−20	−30	−40	−50	0,11808+0,02835 +0,00607
−5	−15	−25	−35	−45	0,15625+0,03516 +0,00879
0	−10	−20	−30	−40	0,19825+0,04165 +0,01190
5	−5	−15	−25	−35	0,24353+0,04757 +0,01529
10	0	−10	−20	−30	0,29155+0,05271 +0,01883
15	5	−5	−15	−25	0,34175+0,05689 +0,02235
20	10	0	−10	−20	0,39359+0,05997 +0,02570
25	15	5	−5	−15	0,44652+0,06186 +0,02872
30	20	10	0	−10	0,50000+0,06250 +0,03125
35	25	15	5	−5	0,55348+0,06186 +0,03314
40	30	20	10	0	0,60641+0,05997 +0,03427
45	35	25	15	5	0,65825+0,05689 +0,03454
50	40	30	20	10	0,70845+0,05271 +0,03389
55	45	35	25	15	0,75647+0,04757 +0,03228
60	50	40	30	20	0,80175+0,04165 +0,02975
65	55	45	35	25	0,84375+0,03516 +0,02637
70	60	50	40	30	0,88192+0,02835 +0,02227
75	65	55	45	35	0,91573+0,02152 +0,01767
80	70	60	50	40	0,94461+0,01499 +0,01285
85	75	65	55	45	0,96802+0,00915 +0,00817
90	80	70	60	50	0,98542+0,00440 +0,00408
95	85	75	65	55	0,99626+0,00119 +0,00114
100	90	80	70	60	$1 + 0\,D_2 + 0\,E_2$

$\beta + \gamma = 150^0$				
β=50	β=60	β=70	β=80	η_2
ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	
−50	−60	−70	−80	$0 + 0\,D_2 + 0\,E_2$
−45	−55	−65	−75	0,00326+0,00104D_2+0,00003E_2
−40	−50	−60	−70	0,01274+0,00387 +0,00026
−35	−45	−55	−65	0,02800+0,00810 +0,00081
−30	−40	−50	−60	0,04859+0,01334 +0,00178
−25	−35	−45	−55	0,07407+0,01929 +0,00322
−20	−30	−40	−50	0,10400+0,02560 +0,00512
−15	−25	−35	−45	0,13793+0,03200 +0,00747
−10	−20	−30	−40	0,17541+0,03824 +0,01020
−5	−15	−25	−35	0,21600+0,04410 +0,01323
0	−10	−20	−30	0,25926+0,04938 +0,01646
5	−5	−15	−25	0,30474+0,05393 +0,01977
10	0	−10	−20	0,35200+0,05760 +0,02304
15	5	−5	−15	0,40059+0,06030 +0,02613
20	10	0	−10	0,45057+0,06195 +0,02891
25	15	5	−5	0,50000+0,06250 +0,03125
30	20	10	0	0,54993+0,06195 +0,03304
35	25	15	5	0,59941+0,06030 +0,03417
40	30	20	10	0,64800+0,05760 +0,03456
45	35	25	15	0,69526+0,05393 +0,03415
50	40	30	20	0,74074+0,04938 +0,03292
55	45	35	25	0,78400+0,04410 +0,03087
60	50	40	30	0,82459+0,03824 +0,02804
65	55	45	35	0,86207+0,03200 +0,02453
70	60	50	40	0,89600+0,02560 +0,02048
75	65	55	45	0,92593+0,01929 +0,01608
80	70	60	50	0,95141+0,01334 +0,01157
85	75	65	55	0,97200+0,00810 +0,00729
90	80	70	60	0,98726+0,00387 +0,00361
95	85	75	65	0,99674+0,00104 +0,00100
100	90	80	70	$1 + 0\,D_2 + 0\,E_2$

$\beta + \gamma = 160^0$					
β=50	β=60	β=70	β=80	β=90	η_2
ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	
−50	−60	−70	−80	−90	$0 + 0\,D_2 + 0\,E_2$
−45	−55	−65	−75	−85	0,00287+0,00092D_2+0,00003E_2
−40	−50	−60	−70	−80	0,01123+0,00343 +0,00021
−35	−45	−55	−65	−75	0,02472+0,00722 +0,00068
−30	−40	−50	−60	−70	0,04297+0,01196 +0,00150
−25	−35	−45	−55	−65	0,06561+0,01738 +0,00272
−20	−30	−40	−50	−60	0,09229+0,02321 +0,00435
−15	−25	−35	−45	−55	0,12262+0,02921 +0,00639
−10	−20	−30	−40	−50	0,15625+0,03516 +0,00879
−5	−15	−25	−35	−45	0,19281+0,04086 +0,01149
0	−10	−20	−30	−40	0,23193+0,04616 +0,01442
5	−5	−15	−25	−35	0,27325+0,05089 +0,01749
10	0	−10	−20	−30	0,31641+0,05493 +0,02060
15	5	−5	−15	−25	0,36102+0,05818 +0,02364
20	10	0	−10	−20	0,40674+0,06056 +0,02650
25	15	5	−5	−15	0,45319+0,06201 +0,02907
30	20	10	0	−10	0,50000+0,06250 +0,03125
35	25	15	5	−5	0,54681+0,06201 +0,03294
40	30	20	10	0	0,59326+0,06056 +0,03407
45	35	25	15	5	0,63898+0,05818 +0,03455
50	40	30	20	10	0,68359+0,05493 +0,03433
55	45	35	25	15	0,72675+0,05089 +0,03340
60	50	40	30	20	0,76807+0,04616 +0,03173
65	55	45	35	25	0,80719+0,04086 +0,02937
70	60	50	40	30	0,84375+0,03516 +0,02637
75	65	55	45	35	0,87738+0,02921 +0,02282
80	70	60	50	40	0,90771+0,02321 +0,01886
85	75	65	55	45	0,93439+0,01738 +0,01466
90	80	70	60	50	0,95703+0,01196 +0,01047
95	85	75	65	55	0,97528+0,00722 +0,00654
100	90	80	70	60	0,98877+0,00343 +0,00322
105	95	85	75	65	0,99713+0,00092 +0,00089
110	100	90	80	70	$1 + 0\,D_2 + 0\,E_2$

$\beta + \gamma = 170^0$				
β=60	β=70	β=80	β=90	η_2
ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	ϑ^0	
−60	−70	−80	−90	$0 + 0\,D_2 + 0\,E_2$
−55	−65	−75	−85	0,00254+0,00081D_2+0,00002E_2
−50	−60	−70	−80	0,00997+0,00306 +0,00018
−45	−55	−65	−75	0,02198+0,00647 +0,00057
−40	−50	−60	−70	0,03827+0,01078 +0,00127
−35	−45	−55	−65	0,05852+0,01573 +0,00231
−30	−40	−50	−60	0,08243+0,02112 +0,00373
−25	−35	−45	−55	0,10971+0,02673 +0,00550
−20	−30	−40	−50	0,14004+0,03238 +0,00762
−15	−25	−35	−45	0,17311+0,03788 +0,01003
−10	−20	−30	−40	0,20863+0,04310 +0,01268
−5	−15	−25	−35	0,24629+0,04790 +0,01550
0	−10	−20	−30	0,28577+0,05215 +0,01841
5	−5	−15	−25	0,32679+0,05577 +0,02132
10	0	−10	−20	0,36902+0,05867 +0,02416
15	5	−5	−15	0,41217+0,06078 +0,02682
20	10	0	−10	0,45593+0,06207 +0,02921
25	15	5	−5	0,50000+0,06250 +0,03125
30	20	10	0	0,54407+0,06207 +0,03286
35	25	15	5	0,58783+0,06078 +0,03397
40	30	20	10	0,63098+0,05867 +0,03451
45	35	25	15	0,67321+0,05577 +0,03445
50	40	30	20	0,71423+0,05215 +0,03375
55	45	35	25	0,75371+0,04790 +0,03240
60	50	40	30	0,79137+0,04310 +0,03043
65	55	45	35	0,82689+0,03788 +0,02786
70	60	50	40	0,85996+0,03238 +0,02476
75	65	55	45	0,89029+0,02673 +0,02122
80	70	60	50	0,91757+0,02112 +0,01739
85	75	65	55	0,94148+0,01573 +0,01342
90	80	70	60	0,96173+0,01078 +0,00951
95	85	75	65	0,97802+0,00647 +0,00590
100	90	80	70	0,99003+0,00306 +0,00288
105	95	85	75	0,99746+0,00081 +0,00079
110	100	90	80	$1 + 0\,D_2 + 0\,E_2$

TABLE V

Valeurs de η_2 en fonction de ϑ pour $\beta+\gamma=180^0$, 190^0, 200^0.

$\beta+\gamma=180^0$

β=60 ϑ^0	β=70 ϑ^0	β=80 ϑ^0	β=90 ϑ^0	β=100 ϑ^0	η_2
— 60	— 70	— 80	— 90	—100	0 + 0 D_2 + 0 E_2
— 55	— 65	— 75	— 85	— 95	0,00227+0,00073D_2+0,00002E_2
— 50	— 60	— 70	— 80	— 90	0,00892+0,00275 +0,00015
— 45	— 55	— 65	— 75	— 85	0,01968+0,00584 +0,00049
— 40	— 50	— 60	— 70	— 80	0,03429+0,00975 +0,00108
— 35	— 45	— 55	— 65	— 75	0,05251+0,01430 +0,00199
— 30	— 40	— 50	— 60	— 70	0,07407+0,01929 +0,00322
— 25	— 35	— 45	— 55	— 65	0,09872+0,02453 +0,00477
— 20	— 30	— 40	— 50	— 60	0,12620+0,02987 +0,00664
— 15	— 25	— 35	— 45	— 55	0,15625+0,03516 +0,00879
— 10	— 20	— 30	— 40	— 50	0,18861+0,04025 +0,01118
— 5	— 15	— 25	— 35	— 45	0,22304+0,04503 +0,01376
0	— 10	— 20	— 30	— 40	0,25926+0,04938 +0,01646
5	— 5	— 15	— 25	— 35	0,29703+0,05323 +0,01922
10	0	— 10	— 20	— 30	0,33608+0,05648 +0,02196
15	5	— 5	— 15	— 25	0,37616+0,05908 +0,02462
20	10	0	— 10	— 20	0,41701+0,06097 +0,02710
25	15	5	— 5	— 15	0,45838+0,06211 +0,02933
30	20	10	0	— 10	0,50000+0,06250 +0,03125
35	25	15	5	— 5	0,54162+0,06211 +0,03278
40	30	20	10	0	0,58299+0,06097 +0,03387
45	35	25	15	5	0,62384+0,05908 +0,03446
50	40	30	20	10	0,66392+0,05648 +0,03452
55	45	35	25	15	0,70297+0,05323 +0,03401
60	50	40	30	20	0,74074+0,04938 +0,03292
65	55	45	35	25	0,77696+0,04503 +0,03127
70	60	50	40	30	0,81139+0,04025 +0,02907
75	65	55	45	35	0,84375+0,03516 +0,02637
80	70	60	50	40	0,87380+0,02987 +0,02323
85	75	65	55	45	0,90128+0,02453 +0,01976
90	80	70	60	50	0,92593+0,01929 +0,01608
95	85	75	65	55	0,94749+0,01430 +0,01232
100	90	80	70	60	0,96571+0,00975 +0,00867
105	95	85	75	65	0,98032+0,00584 +0,00535
110	100	90	80	70	0,99108+0,00275 +0,00260
115	105	95	85	75	0,99773+0,00073 +0,00071
120	110	100	90	80	1 + 0 D_2 + 0 E_2

$\beta+\gamma=190^0$

β=70 ϑ^0	β=80 ϑ^0	β=90 ϑ^0	β=100 ϑ^0	η_2
— 70	— 80	— 90	—100	0 + 0 D_2 + 0 E_2
— 65	— 75	— 85	— 95	0,00204+0,00066D_2+0,00002E_2
— 60	— 70	— 80	— 90	0,00802+0,00249 +0,00013
— 55	— 65	— 75	— 85	0,01771+0,00529 +0,00042
— 50	— 60	— 70	— 80	0,03091+0,00887 +0,00093
— 45	— 55	— 65	— 75	0,04738+0,01306 +0,00172
— 40	— 50	— 60	— 70	0,06692+0,01768 +0,00279
— 35	— 45	— 55	— 65	0,08930+0,02258 +0,00416
— 30	— 40	— 50	— 60	0,11430+0,02762 +0,00582
— 25	— 35	— 45	— 55	0,14171+0,03267 +0,00774
— 20	— 30	— 40	— 50	0,17131+0,03760 +0,00989
— 15	— [illegible]	— 35	— 45	0,20287+0,04230 +0,01225
— 10	— [illegible]	— 30	— 40	0,23619+0,04668 +0,01474
— 5	— 5	— 25	— 35	0,27103+0,05066 +0,01733
0	— 10	— 20	— 30	0,30719+0,05414 +0,01995
5	— 5	— 15	— 25	0,34444+0,05708 +0,02253
10	0	— 10	— 20	0,38256+0,05942 +0,02502
15	5	— 5	— 15	0,42134+0,06112 +0,02734
20	10	0	— 10	0,46056+0,06215 +0,02944
25	15	5	— 5	0,50000+0,06250 +0,03125
30	20	10	0	0,53944+0,06215 +0,03271
35	25	15	5	0,57866+0,06112 +0,03378
40	30	20	10	0,61744+0,05942 +0,03440
45	35	25	15	0,65556+0,05708 +0,03455
50	40	30	20	0,69281+0,05414 +0,03420
55	45	35	25	0,72897+0,05066 +0,03333
60	50	40	30	0,76381+0,04668 +0,03194
65	55	45	35	0,79713+0,04230 +0,03006
70	60	50	40	0,82869+0,03760 +0,02770
75	65	55	45	0,85829+0,03267 +0,02493
80	70	60	50	0,88570+0,02762 +0,02181
85	75	65	55	0,91070+0,02258 +0,01842
90	80	70	60	0,93308+0,01768 +0,01489
95	85	75	65	0,95262+0,01306 +0,01134
100	90	80	70	0,96909+0,00887 +0,00794
105	95	85	75	0,98229+0,00529 +0,00487
110	100	90	80	0,99198+0,00249 +0,00236
115	105	95	85	0,99796+0,00066 +0,00064
120	110	100	90	1 + 0 D_2 + 0 E_2

$\beta+\gamma=200^0$

β=80 ϑ^0	β=90 ϑ^0	β=100 ϑ^0	β=110 ϑ^0	η_2
— 80	— 90	—100	—110	0 + 0 D_2 + 0 E_2
— 75	— 85	— 95	—105	0,00184+0,00059D_2+0,00001E_2
— 70	— 80	— 90	—100	0,00725+0,00226 +0,00011
— 65	— 75	— 85	— 95	0,01603+0,00481 +0,00036
— 60	— 70	— 80	— 90	0,02800+0,00810 +0,00081
— 55	— 65	— 75	— 85	0,04297+0,01196 +0,00149
— 50	— 60	— 70	— 80	0,06075+0,01626 +0,00244
— 45	— 55	— 65	— 75	0,08116+0,02084 +0,00365
— 40	— 50	— 60	— 70	0,10400+0,02560 +0,00512
— 35	— 45	— 55	— 65	0,12909+0,03041 +0,00684
— 30	— 40	— 50	— 60	0,15625+0,03516 +0,00879
— 25	— 35	— 45	— 55	0,18528+0,03975 +0,01093
— 20	— 30	— 40	— 50	0,21600+0,04410 +0,01323
— 15	— 25	— 35	— 45	0,24822+0,04813 +0,01564
— 10	— 20	— 30	— 40	0,28175+0,05176 +0,01811
— 5	— 15	— 25	— 35	0,31641+0,05493 +0,02060
0	— 10	— 20	— 30	0,35200+0,05760 +0,02304
5	— 5	— 15	— 25	0,38834+0,05972 +0,02536
10	0	— 10	— 20	0,42525+0,06126 +0,02757
15	5	— 5	— 15	0,46253+0,06219 +0,02954
20	10	0	— 10	0,50000+0,06250 +0,03125
25	15	5	— 5	0,53747+0,06219 +0,03265
30	20	10	0	0,57475+0,06126 +0,03369
35	25	15	5	0,61166+0,05972 +0,03434
40	30	20	10	0,64800+0,05760 +0,03456
45	35	25	15	0,68359+0,05493 +0,03433
50	40	30	20	0,71825+0,05176 +0,03364
55	45	35	25	0,75178+0,04813 +0,03248
60	50	40	30	0,78400+0,04410 +0,03087

$\beta+\gamma=200^0$ (suite)

β=80 ϑ^0	β=90 ϑ^0	β=100 ϑ^0	β=110 ϑ^0	η_2
65	55	45	35	0,81472+0,03975D_2+0,02882E_2
70	60	50	40	0,84375+0,03516 +0,02637
75	65	55	45	0,87091+0,03041 +0,02357
80	70	60	50	0,89600+0,02560 +0,02048
85	75	65	55	0,91884+0,02084 +0,01720
90	80	70	60	0,93925+0,01626 +0,01382
95	85	75	65	0,95703+0,01196 +0,01047
100	90	80	70	0,97200+0,00810 +0,00729
105	95	85	75	0,98397+0,00481 +0,00445
110	100	90	80	0,99275+0,00226 +0,00214
115	105	95	85	0,99816+0,00059 +0,00058
120	110	100	90	1 + 0 D_2 + 0 E_2

TABLE VI*).

Valeurs de η en fonction de ϑ pour $\gamma = 60^0, 70^0, 80^0, 90^0, 100^0, 110^0$

ϑ^0	$\gamma = 60^0$	$\gamma = 70^0$	$\gamma = 80^0$	ϑ^0
60	$1 - 0 . D_3 - 0 . E_3$			60
65	0,99494—0,00159D_3—0,00007E_3			65
70	0,98032—0,00584 —0,00049	$1 - 0 . D_3 - 0 . E_3$		70
75	0,95703—0,01196 —0,00150	0,99399—0,00188D_3—0,00009E_3		75
80	0,92593—0,01929 —0,00321	0,97671—0,00683 —0,00062	$1 - 0 . D_3 - 0 . E_3$	80
85	0,88788—0,02720 —0,00567	0,94929—0,01387 —0,00189	0,99275—0,00226D_3—0,00011E_3	85
90	0,84375—0,03516 —0,00879	0,91285—0,02213 —0,00402	0,97200—0,00810 —0,00081	90
95	0,79442—0,04268 —0,01245	5,86852—0,03084 —0,00701	0,93925—0,01626 —0,00244	95
100	0,74074—0,04938 —0,01647	0,81743—0,03934 —0,01073	0,89600—0,02560 —0,00512	100
105	0,68359—0,05493 —0,02060	0,76071—0,04706 —0,01497	0,84375—0,03516 —0,00879	105
110	0,62384—0,05908 —0,02461	0,69947—0,05355 —0,01947	0,78400—0,04410 —0,01323	110
115	0,56236—0,06163 —0,02825	0,63486—0,05844 —0,02391	0,71825—0,05176 —0,01811	115
120	0,50000—0,06250 —0,03125	0,56799—0,06147 —0,02794	0,64800—0,05760 —0,02304	120
125	0,43764—0,06163 —0,03339	0,50000—0,06250 —0,03125	0,57475—0,06126 —0,02757	125
130	0,37616—0,05908 —0,03446	0,43201—0,06147 —0,03353	0,50000—0,06250 —0,03125	130
135	0,31641—0,05493 —0,03433	0,36514—0,05844 —0,03453	0,42525—0,06126 —0,03369	135
140	0,25926—0,04938 —0,03292	0,30053—0,05355 —0,03408	0,35200—0,05760 —0,03456	140
145	0,20558—0,04268 —0,03023	0,23929—0,04706 —0,03209	0,28175—0,05176 —0,03364	145
150	0,15625—0,03516 —0,02637	0,18257—0,03934 —0,02861	0,21600—0,04410 —0,03087	150
155	0,11212—0,02720 —0,02153	0,13148—0,03084 —0,02383	0,15625—0,03516 —0,02637	155
160	0,07407—0,01929 —0,01608	0,08715—0,02213 —0,01811	0,10400—0,02560 —0,02048	160
165	0,04297—0,01196 —0,01047	0,05071—0,01387 —0,01198	0,06075—0,01626 —0,01382	165
170	0,01968—0,00584 —0,00535	0,02329—0,00683 —0,00621	0,02800-0,00810 —0,00729	170
175	0,00506—0,00159 —0,00153	0,00601—0,00188 —0,00180	0,00725—0,00226 —0,00214	175
180	$0 - 0 . D_3 - 0 . E_3$	$0 - 0 . D_3 - 0 . E_3$	$0 - 0 . D_3 - 0 . E_3$	180

ϑ^0	$\gamma = 90^0$	$\gamma = 100^0$	$\gamma = 110^0$	ϑ^0
90	$1 - 0 . D_3 - 0 . E_3$			90
95	0,99108—0,00275D_3—0,00015E_3			95
100	0,96571—0,00975 —0,00108	$1 - 0 . D_3 - 0 . E_3$		100
105	0,92593—0,01929 —0,00322	0,98877—0,00343D_3—0,00021E_3		105
110	0,87380—0,02987 —0,00664	0,95703—0,01196 —0,00150	$1 - 0 . D_3 - 0 . E_3$	110
115	0,81139—0,04025 —0,01118	0,90771—0,02321 —0,00435	0,98542—0,00440D_3—0,00031E_3	115
120	0,74074—0,04938 —0,01646	0,84375—0,03516 —0,00879	0,94461—0,01499 —0,00214	120
125	0,66392—0,05648 —0,02196	0,76807—0,04616 —0,01442	0,88192—0,02835 —0,00607	125
130	0,58299—0,06097 —0,02710	0,68359—0,05493 —0,02060	0,80175—0,04165 —0,01190	130
135	0,50000—0,06250 —0,03125	0,59326—0,06056 —0,02650	0,70845—0,05271 —0,01883	135
140	0,41701—0,06097 —0,03387	0,50000—0,06250 —0,03125	0,60641—0,05997 —0,02570	140
145	0,33608—0,05648 —0,03452	0,40674—0,06056 —0,03407	0,50000—0,06250 —0,03125	145
150	0,25926—0,04938 —0,03292	0,31641—0,05493 —0,03433	0,39359—0,05997 —0,03427	150
155	0,18861—0,04025 —0,02907	0,23193—0,04616 —0,03173	0,29155—0,05271 —0,03389	155
160	0,12620—0,02987 —0,02323	0,15625—0,03516 —0,02637	0,19825—0,04165 —0,02975	160
165	0,07407—0,01929 —0,01608	0,09229—0,02321 —0,01886	0,11808—0,02835 —0,02227	165
170	0,03429—0,00975 —0,00867	0,04297—0,01196 —0,01047	0,05539—0,01499 —0,01285	170
175	0,00892—0,00275 —0,00260	0,01123—0,00343 —0,00322	0,01458—0,00440 —0,00408	175
180	$0 - 0 . D_3 - 0 . E_3$	$0 - 0 . D_3 - 0 . E_3$	$0 - 0 . D_3 - 0 . E_3$	180

*) Les signes D_3 et E_3 se repètent le long de chaque colonne

TABLE VII.

Valeurs des nombres q_1, r_1, s_1, q_2, r_2, s_2, q_3, r_3, s_3.

γ \ β		20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°	110°
40°	q_2	1,4121	0,7082	0	−0,7173	−1,4490	−2,2007	−2,9793	−3,7931	−4,6523	−5,5704
	r_2	0,2828	0,3291	0,3770	0,4270	0,4801	0,5371	0,5992	0,6679	0,7453	0,8338
	s_2	0,1423	0,1652	0,1885	0,2124	0,2373	0,2633	0,2910	0,3206	0,3529	0,3883
50°	q_2	2,1362	1,4279	0,7173	0	−0,7292	−1,4760	−2,2469	−3,0499	−3,8946	−4,7938
	r_2	0, 344	0,3800	0,4270	0,4761	0,5280	0,5838	0,6444	0,7114	0,7866	0,8725
	s_2	0,1692	0,1918	0,2146	0,2381	0,2623	0,2877	0,3146	0,3433	0,3744	0,4086
60°	q_2	2,8795	2,1642	1,4490	0,7292	0	−0,7443	−1,5100	−2,3046	−3,1376	−4,0210
	r_2	0,3894	0,4341	0,4801	0,5280	0,5787	0,6331	0,6921	0,7573	0,8303	0,9137
	s_2	0,1983	0,2204	0,2428	0,2657	0,2894	0,3141	0,3401	0,3679	0,3979	0,4308
70°	q_2	3,6483	2,9232	2,2007	1,4760	0,7443	0	−0,7630	−1,5521	−2,3761	−3,2467
	r_2	0,4487	0,4923	0,5371	0,5838	0,6331	0,6858	0,7432	0,8064	0,8772	0,9579
	s_2	0,2302	0,2519	0,2737	0,2960	0,3190	0,3429	0,3681	0,3949	0,4239	0,4554
80°	q_2	4,4498	3,7120	2,9793	2,2469	1,5100	0,7630	0	−0,7861	−1,6041	−2,4648
	r_2	0,5136	0,5558	0,5992	0,6444	0,6921	0,7432	0,7987	0,8599	0,9283	1,0063
	s_2	0,2659	0,2870	0,3082	0,3298	0,3520	0,3751	0,3994	0,4251	0,4529	0,4832
90°	q_2	5,2934	4,5393	3,7931	3,0499	2,3046	1,5521	0,7861	0	−0,8148	−1,6686
	r_2	0,5857	0,6263	0,6679	0,7114	0,7573	0,8064	0,8599	0,9188	0,9847	1,0599
	s_2	0,3065	0 3269	0,3473	0,3681	0,3894	0,4115	0,4347	0,4594	0,4859	0,5148
100°	q_2	6,1904	5,4159	4,6523	3,8946	3,1376	2,3761	1,6041	0,8148	0	−0,8503
	r_2	0,6672	0,7057	0,7453	0,7866	0,8303	0,8772	0,9283	0,9847	1,0480	1,1201
	s_2	0,3536	0,3730	0,3925	0,4122	0,4324	0,4534	0,4754	0,4988	0,5240	0,5514
110°	q_2	7,1561	6,3560	5,5704	4,7938	4,0210	3,2467	2,4648	1,6686	0,8503	0
	r_2	0,7610	0,7969	0,8338	0,8725	0,9137	0,9579	1,0063	1,0599	1,1201	1,1889
	s_2	0,4093	0,4274	0,4456	0,4640	0,4829	0,5025	0,5231	0,5451	0,5687	0,5945

β'°	q_1	r_1	s_1
20	30,2778	4,0781	1,0935
30	32,8292	4,3099	1,1452
40	35,7004	4,5788	1,2066
50	38,9673	4,8931	1,2796
60	42,7306	5,2638	1,3670
70	47,1275	5,7059	1,4725
80	52,3497	6,2407	1,6014
90	58,6740	6,8987	1,7613
100	66,5153	7,7261	1,9638
110	76,5252	8,7950	2,2267
120	89,7899	10,2262	2,5802
130	108,2635	12,2366	3,0789

γ°	q_3	r_3	s_3
60	42,7306	5,2638	3,8967
70	47,1275	5,7059	4,2333
80	52,3497	6,2407	4,6392
90	58,6740	6,8987	5,1374
100	66,5153	7,7261	5,7623
110	76,5252	8,7950	6,5683

TABLE VIII.

Valeurs des nombres

m_1, n_1, p_1,

m_2, n_2, p_2,

m_3, n_3, p_3.

β'°	m_1	n_1	p_1
20	25,6466	0,4466	0,0375
30	25,7904	0,6350	0,0896
40	25,6782	0,7960	0,2024
50	25,3025	0,9272	0,2991
60	24,6595	1,0267	0,3779
70	23,7495	1,0934	0,4380
80	22,5768	1,1270	0,4787
90	21,1497	1,1275	0,4999
100	19,4805	1,0959	0,5017
110	17,5852	1,0339	0,4851
120	15,4834	0,9435	0,4513
130	13,1980	0,8278	0,4018

γ°	m_3	n_3	p_3
60	24,6595	1,0267	0,6487
70	23,7495	1,0934	0,6554
80	22,5768	1,1270	0,6482
90	21,1497	1,1275	0,6276
100	19,4805	1,0959	0,5942
110	17,5852	1,0339	0,5487

γ \ β		20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°	110°
40°	m_2	5,3773	2,6721	0	−2,6069	−5,1177	−7,5039	−9,7388	−11,7987	−13,6631	−15,3146
	n_2	1,0730	1,2573	1,4306	1,5884	1,7266	1,8414	1,9295	1,9883	2,0156	2,0098
	p_2	0,5294	0,6238	0,7153	0,8021	0,8825	0,9550	1,0182	1,0709	1,1118	1,1403
50°	m_2	7,9351	5,2626	2,6069	0	−2,5269	−4,9445	−7,2258	− 9,3461	−11,2840	−13,0211
	n_2	1,2191	1,4089	1,5884	1,7532	1,8991	2,0222	2,1191	2,1870	2,2237	2,2275
	p_2	0,5953	0,6919	0,7863	0,8766	0,9611	1,0382	1,1065	1,1647	1,2116	1,2462
60°	m_2	10,3654	7,7413	5,1177	2,5269	0	−2,4332	−4,7451	− 6,9105	− 8,9070	−10,7151
	n_2	1,3443	1,5404	1,7266	1,8991	2,0534	2,1855	2,2920	2,3700	2,4169	2,4312
	p_2	0,6476	0,7466	0,8441	0,9380	1,0267	1,1086	1,1821	1,2461	1,2991	1,3402
70°	m_2	12,6406	10,0800	7,5039	4,9445	2,4332	0	−2,3271	− 4,5222	− 6,5621	− 8,4268
	n_2	1,4451	1,6475	1,8414	2,0222	2,1855	2,3274	2,4442	2,5330	2,5911	2,6167
	p_2	0,6844	0,7859	0,8864	0,9839	1,0769	1,1637	1,2427	1,3125	1,3718	1,4197
80°	m_2	14,7360	12,2529	9,7388	7,2258	4,7451	2,3271	0	− 2,2098	− 4,2784	− 6,1850
	n_2	1,5183	1,7277	1,9295	2,1191	2,2920	2,4442	2,5720	2,6723	2,7423	2,7801
	p_2	0,7039	0,8082	0,9113	1,0126	1,1099	1,2015	1,2860	1,3618	1,4277	1,4824
90°	m_2	16,6296	14,2371	11,7987	9,3461	6,9105	4,5222	2,2098	0	− 2,0828	− 4,0168
	n_2	1,5616	1,7783	1,9883	2,1870	2,3700	2,5330	2,6723	2,7846	2,8673	2,9180
	p_2	0,7047	0,8110	0,9174	1,0223	1,1239	1,2205	1,3105	1,3923	1,4647	1,5265
100°	m_2	18,3029	16,0132	13,6631	11,2840	8,9070	6,5621	4,2784	2,0828	0	− 1,9476
	n_2	1,5730	1,7971	2,0156	2,2237	2,4169	2,5911	2,7423	2,8673	2,9630	3,0272
	p_2	0,6860	0,7944	0,9037	1,0121	1,1179	1,2193	1,3146	1,4025	1,4815	1,5503
110°	m_2	19,7411	17,5649	15,3146	13,0211	10,7151	8,4268	6,1850	4,0168	1,9476	0
	n_2	1,5513	1,7829	2,0098	2,2275	2,4312	2,6167	2,7801	2,9180	3,0272	3,1054
	p_2	0,6473	0,7577	0,8696	0,9813	1,0910	1,1970	1,2977	1,3915	1,4769	1,5527

TABLE IX.

Coefficients numériques de l'équation (61)

$\beta = 20^0$

γ°										
40	D_1[98,102	$+ 4{,}502 D_2$	$+ 2{,}095 E_2$	$+ 1{,}201 D_3$	$+ 0{,}915 E_3$]+	E_1[23,485	$+ 1{,}184 D_2$	$+ 0{,}584 E_2$	$+ 0{,}699 D_3$	$+ 0{,}523 E_3$] =
50	[87,279	+ 5,121	+ 2, 503	+ 1,596	+ 0,948]+	[20,372	+ 1,321	+ 0,645	+ 0,830	+ 0,551] =
60	[76,090	+ 5,656	+ 2,730	+ 1,836	+ 0,905]+	[17,125	+ 1,485	+ 0,716	+ 0,925	+ 0,563] =
70	[64,721	+ 6,094	+ 2,894	+ 1,911	+ 0,782]+	[13,778	+ 1,597	+ 0,757	+ 0,982	+ 0,558] =
80	[53,368	+ 6,421	+ 2,989	+ 1,809	+ 0,572]+	[10,370	+ 1,680	+ 0,780	+ 0,998	+ 0,535] =
90	[42,273	+ 6,630	+ 3,011	+ 1,517	+ 0,265]+	[6,944	+ 1,730	+ 0,782	+ 0,974	+ 0,494] =
100	[31,743	+ 6,713	+ 2,955	+ 1,018	— 0,150]+	[3,550	+ 1,745	+ 0,763	+ 0,909	+ 0,434] =
110	[22,188	+ 6,667	+ 2,823	+ 0,289	— 0,696]+	[0,244	+ 1,725	+ 0,723	+ 0,801	+ 0,354] =

$\beta = 30^0$

γ°										
40	D_1[121,374	$+5{,}628 D_2$	$+ 2{,}793 E_2$	$+ 0{,}523 D_3$	$+ 0{,}417 E_3$] +	E_1 [29,482	$+ 1{,}469 D_2$	$+ 0{,}729 E_2$	$+ 1{,}501 D_3$	$+ 0{,}378 E_3$]=
50	[110,207	+6,314	+ 3,104	+ 0,889	+ 0,412] +	[26,313	+ 1,648	+ 0,810	+ 0,623	+ 0,396]=
60	[98,675	+6,915	+ 3,370	+ 1,082	+ 0,321] +	[23,009	+ 1,803	+ 0,878	+ 0,704	+ 0,394]=
70	[86,984	+7,413	+ 3,547	+ 1,089	+ 0,108] +	[19,615	+ 1,931	+ 0,922	+ 0,741	+ 0,371]=
80	[75,380	+7,799	+ 3,666	+ 0,894	— 0,152] +	[16,181	+ 2,028	+ 0,951	+ 0,739	+ 0,327]=
90	[64,168	+8,062	+ 3,703	+ 0,486	— 0,557] +	[12,767	+ 2,093	+ 0,958	+ 0,673	+ 0,258]=
100	[53,742	+8,193	+ 3,661	— 0,183	— 1,098] +	[9,445	+ 2,121	+ 0,943	+ 0,560	+ 0,164]=
110	[44,645	+8,190	+ 3,537	— 1,129	— 1,806] +	[6,310	+ 2,113	+ 0,906	+ 0,396	+ 0,040]=

$\beta = 40^0$

γ°										
40	D_1[146,451	$+6{,}850 D_2$	$+ 3{,}395 E_2$	$+ 0 \; D_3$	$+ 0{,}034 E_3$] +	E_1 [38,209	$+ 1{,}802 D_2$	$+ 0{,}901 E_2$	$+ 0{,}034 D_3$	$+ 0{,}034 E_3$]=
50	[134,366	+7,613	+ 3,771	+ 0,350	+ 0] +	[35,126	+ 2,003	+ 0,992	+ 0,128	+ 0,026]=
60	[122,338	+8,288	+ 4,058	+ 0,511	— 0,132] +	[31,935	+ 2,180	+ 1,068	+ 0,173	— 0,006]=
70	[110,147	+8,859	+ 4,277	+ 0,465	— 0,399] +	[28,695	+ 2,331	+ 1,125	+ 0,164	— 0,066]=
80	[98,081	+9,312	+ 4,418	+ 0,193	— 0,725] +	[25,483	+ 2,449	+ 1,162	+ 0,097	— 0,157]=
90	[86,502	+9,636	+ 4,477	— 0,329	— 1,216] +	[22,391	+ 2,534	+ 1,177	— 0,036	— 0,283]=
100	[75,880	+9,822	+ 4,450	— 1,132	— 1,866] +	[19,540	+ 2,583	+ 1,170	— 0,241	— 0,449]=
110	[66,877	+9,866	+ 4,336	— 2,267	— 2,716] +	[17,101	+ 2,594	+ 1,139	— 0,533	— 0,667]=

$\beta = 50^0$

γ°										
40	D_1[172,168	$+ 8{,}168 D_2$	$+4{,}122 E_2$	$- 0{,}351 D_3$	$- 0{,}222 E_3$] +	E_1 [47,086	$+ 2{,}160 D_2$	$+ 1{,}090 E_2$	$- 0{,}351 D_3$	$- 0{,}249 E_3$]=
50	[159,938	+ 9,020	+4,510	+ 0	— 0,277] +	[44,032	+ 2,386	+ 1,193	— 0,277	— 0,277]=
60	[147,241	+ 9,782	+4,802	+ 0,143	— 0,439] +	[40,883	+ 2,588	+ 1,271	— 0,261	— 0,335]=
70	[134,343	+10,436	+5,089	+ 0,060	— 0,718] +	[37,717	+ 2,762	+ 1,348	— 0,308	— 0,428]=
80	[121,569	+10,966	+5,261	— 0,272	— 1,130] +	[34,629	+ 2,904	+ 1,394	— 0,424	— 0,558]=
90	[109,331	+11,361	+5,396	— 0,880	— 1,692] +	[31,741	+ 3,011	+ 1,432	— 0,621	— 0,734]=
100	[98,168	+11,610	+5,334	— 1,801	— 2,435] +	[29,218	+ 3,081	+ 1,418	— 0,909	— 0,963]=
110	[88,842	+11,708	+5,232	— 3,095	— 3,405] +	[27,295	+ 3,111	+ 1,394	— 1,308	— 1,262]=

$\beta = 60^0$

γ°										
40	D_1[200,245	$+ 9{,}581 D_2$	$+4{,}889 E_2$	$- 0{,}511 D_3$	$- 0{,}338 E_3$] +	E_1 [56,137	$+ 2{,}542 D_2$	$+ 1{,}296 E_2$	$- 0{,}642 D_3$	$- 0{,}463 E_3$]=
50	[187,245	+10,539	+5,329	— 0,143	— 0,404] +	[53,044	+ 2,796	+ 1,413	— 0,582	— 0,507]=
60	[173,674	+11,403	+5,699	+ 0	— 0,586] +	[49,857	+ 3,025	+ 1,512	— 0,586	— 0,586]=
70	[159,826	+12,154	+5,996	— 0,103	— 0,896] +	[46,668	+ 3,227	+ 1,593	— 0,662	— 0,704]=
80	[146,243	+12,775	+6,204	— 0,475	— 1,313] +	[43,588	+ 3,395	+ 1,650	— 0,818	— 0,867]=
90	[132,827	+13,253	+6,316	— 1,148	— 1,971] +	[40,767	+ 3,526	+ 1,684	— 1,066	— 1,083]=
100	[120,727	+13,575	+6,328	— 2,164	— 2,788] +	[38,404	+ 3,618	+ 1,692	— 1,422	— 1,365]=
110	[110,601	+13,735	+6,239	— 3,625	— 3.855] +	[36,790	+ 3,668	+ 1,673	— 2,014	— 1,732]=

pour les valeurs diverses de β et γ.

$\beta = 20^0$

									γ°
—[— 420,423	+ 56,280 D_2	+27,625 E_2	+167,277 D_3	+123,433 E_3	— 5,138 D_2 D_3	— 3,786 D_2 E_3	—2,537 D_3 E_2	—1,870 E_2 E_3]	40
—[— 673,904	+ 67,379	+32,601	+194,373	+141,707	— 6,326	— 4,615	—3,070	—2,257]	50
—[— 961,168	+ 78,556	+37,304	+223,603	+161,837	— 7,476	— 5,491	—3,612	—2,652]	60
—[—1287,815	+ 89,694	+41,631	+255,558	+184,316	— 8,736	— 6,412	—4,157	—3,048]	70
—[—1662,030	+100,686	+45,339	+291,154	+209,853	—10,054	— 7,377	—4,692	—3,438]	80
—[—2095,944	+111,499	+48,341	+331,757	+239,514	—11,433	— 8,390	—5,207	—3,813]	90
—[—2608,304	+122,147	+50,443	+379,524	+274,912	—12,884	— 9,461	—5,780	—4,163]	100
—[—3229,208	+132,784	+51,439	+437,888	+318,660	—14,430	—10,607	—6,116	—4,476]	110

$\beta = 30^0$

									γ°
—[— 224,401	+ 69,224 D_2	+34,246 E_2	+157,020 D_3	+115,892 E_3	— 6,019 $D_2 D_3$	— 4,435 D_2 E_3	—2,988 D_3 E_2	—2,202 E_2 E_3]	40
—[— 479,202	+ 81,739	+39,876	+183,709	+133,727	— 7,246	— 5,330	—3,563	—2,621]	50
—[— 768,235	+ 94,492	+45,319	+212,432	+153,363	— 8,554	— 6,284	—4,171	—3,024]	60
—[—1096,908	+107,340	+50,359	+243,765	+175,282	— 9,939	— 7,297	—4,760	—3,492]	70
—[—1473,091	+120,281	+54,960	+278,599	+200,176	—11,408	— 8,375	—5,367	—3,935]	80
—[—1908,563	+133,222	+58,864	+318,271	+229,090	—12,974	— 9,529	—5,963	—4,372]	90
—[—2421,568	+146,584	+62,033	+364,892	+263,610	—14,658	—10,775	—6,546	—4,799]	100
—[—3041,411	+160,402	+64,319	+421,823	+306,272	—16,504	—12,148	—7,106	—5,211]	110

$\beta = 40^0$

									γ°
—[0	+ 82,785 D_2	+41,392 E_2	+145,993 D_3	+107,786 E_3	— 6,851 D_2 D_3	— 5,048 D_2 E_3	—3,425 D_3 E_2	—2,524 E_2 E_3]	40
—[— 255,384	+ 96,833	+47,771	+172,168	+125,082	— 8,168	— 6,008	—4,046	—2,976]	50
—[— 545,338	+111,252	+53,982	+200,245	+144,101	— 9,581	— 7,039	—4,692	—3,447]	60
—[— 875,039	+125,972	+59,890	+230,775	+165,310	—11,094	— 8,147	—5,357	—3,932]	70
—[—1251,981	+140,978	+65,368	+264,619	+189,379	—12,717	— 9,340	—6,034	—4,427]	80
—[—1687,462	+156,368	+70,316	+303,071	+217,320	—14,470	—10,634	—6,720	—4,931]	90
—[—2199,023	+172,369	+74,658	+348,177	+250,674	—16,390	—12,057	—7,412	—5,441]	100
—[—2814,926	+189,478	+78,313	+403,202	+291,898	—18,538	—13,658	—8,109	—5,956]	110

$\beta = 50^0$

									γ°
—[255,384	+ 96,833 D_2	+49,063 E_2	+134,366 D_3	+ 99,242 E_3	— 7,613 D_2 D_3	— 5,610 D_2 E_3	—3,842 D_3 E_2	—2,831 E_2 E_3]	40
—[0	+112,542	+56,268	+159,938	+115,906	— 9,020	— 6,634	—4,510	—3,317]	50
—[— 290,287	+128,773	+63,358	+187,245	+134,194	—10,539	— 7,743	—5,174	—3,801]	60
—[— 620,285	+145,464	+70,189	+216,807	+154,551	—12,177	— 8,943	—5,938	—4,359]	70
—[— 997,080	+162,656	+76,677	+249,448	+177,620	—13,951	—10,249	—6,691	—4,911]	80
—[—1431,343	+180,495	+82,719	+286,405	+204,374	—15,890	—11,682	—7,467	—5,538]	90
—[—1939,755	+199,335	+88,299	+329,643	+236,291	—18,043	—13,281	—8,271	—6,077]	100
—[—2549,275	+219,840	+93,433	+382,301	+275,733	—20,493	—15,110	—9,110	—6,700]	110

$\beta = 60^0$

									γ°
—[545,338	+111,252 D_2	+ 57,270 E_2	+122,338 D_3	+ 90,406 E_3	— 8,288 $D_2 D_3$	— 6,108 $D_2 E_3$	— 4,230 D_3 E_2	— 3,117 $E_2 E_3$]	40
—[290,287	+128,773	+ 65,415	+147,241	+106,357	— 9,782	— 7,194	— 4,947	—3,638]	50
—[0	+146,945	+ 73,472	+173,674	+123,810	—11,403	— 8,377	— 5,699	—4,187]	60
—[— 329,922	+165,737	+ 81,326	+202,124	+143,185	—13,162	— 9,667	— 6,493	—4,768]	70
—[— 706,036	+185,232	+ 88,902	+233,147	+164,929	—15,084	—11,082	— 7,323	—5,377]	80
—[—1138,317	+205,633	+ 96,131	+268,569	+190,452	—17,204	—12,651	— 8,192	—6,018]	90
—[—1642,380	+227,387	+103,040	+309,605	+220,675	—19,583	—14,420	— 9,111	—6,699]	100
—[—2243,619	+251,336	+109,708	+359,460	+258,006	—22,326	—16,470	—10,095	—7,431]	110

TABLE IX

Coefficients numériques de l'équation (61)

β = 70°

γ°										
40	D_1[230,775	+11,094D_2	+5,737E_2	—0,464D_3	—0,300E_3] + E_1	[65,461	+ 2,947D_2	+ 1,522E_2	— 0,833D_3	— 0,603 E_3] =
50	[216,807	+12,177	+6,238	—0,060	—0,367] +	[62,253	+ 3,233	+ 1,655	— 0,778	— 0,658] =
60	[202,124	+13,162	+6,669	+0,103	—0,562] +	[58,936	+ 3,495	+ 1,769	— 0,793	— 0,752] =
70	[187,041	+14,028	+7,014	+ 0	—0,889] +	[55,613	+ 3,727	+ 1,864	— 0,889	— 0,889] =
80	[171,948	+14,759	+7,266	—0,393	—1,374] +	[52,413	+ 3,925	+ 1,934	— 1,074	— 1,077] =
90	[157,332	+15,335	+7,414	—1,110	—2,036] +	[49,503	+ 4,083	+ 1,977	— 1,361	— 1,326] =
100	[143,839	+15,744	+7,411	—2,195	—2,910] +	[47,115	+ 4,200	+ 1,983	— 1,770	— 1,649] =
110	[132,380	+15,978	+7,379	—3,717	—4,051] +	[45,582	+ 4,273	+ 1,983	— 2,330	— 2,069] =

β = 80°

γ°										
40	D_1[264,565	+12,717D_2	+ 6,682E_2	—0,193D_3	—0,096E_3] + E_1	[75,219	+ 3,377D_2	+ 1,770E_2	— 0,917D_3	— 0,664 E_3] =
50	[249,448	+13,951	+ 7,253	+0,272	— 0,153] +	[71,820	+ 3,702	+ 1,921	— 0,858	— 0,724] =
60	[233,364	+15,084	+ 7,760	+0,475	—0,343] +	[68,267	+ 4,002	+ 2,056	— 0,876	— 0,827] =
70	[216,709	+16,091	+ 8,170	+0,393	—0,726] +	[64,684	+ 4,270	+ 2,166	— 0,980	— 0,977] =
80	[199,893	+16,951	+ 8,476	+ 0	—1,183] +	[61,214	+ 4,501	+ 2,251	— 1,183	— 1,183] =
90	[183,438	+17,646	+ 8,668	—0,738	—1,873] +	[58,041	+ 4,691	+ 2,307	— 1,497	— 1,454] =
100	[168,027	+18,160	+ 8,740	—1,868	—2,786] +	[55,418	+ 4,836	+ 2,333	— 1,943	— 1,807] =
110	[154,611	+18,484	+ 8,688	—3,460	—3,978] +	[53,709	+ 4,934	+ 2,329	— 2,554	— 2,266] =

β = 90°

γ°										
40	D_1[303,071	+14,470D_2	+ 7,749E_2	+0,329D_3	+0,293E_3] + E_1	[85,751	+ 3,836D_2	+ 2,046 E_2	— 0,887D_3	— 0,640E_3] =
50	[286,405	+15,890	+ 8,422	+0,880	+0,259] +	[82,031	+ 4,208	+ 2,223	— 0,813	— 0,700] =
60	[268,569	+17,204	+ 9,011	+1,148	+0,082] +	[78,117	+ 4,553	+ 2,379	— 0,823	— 0,805] =
70	[249,924	+18,384	+ 9,500	+1,110	—0,252] +	[74,130	+ 4,864	+ 2,509	— 0,927	— 0,962] =
80	[230,906	+19,405	+ 9,874	+0,738	—0,759] +	[70,219	+ 5,137	+ 2,611	— 1,135	— 1,177] =
90	[212,060	+20,246	+10,123	+ 0	—1,463] +	[66,582	+ 5,364	+ 2,681	— 1,463	— 1,463] =
100	[194,099	+20,890	+10,238	—1,151	—2,398] +	[63,486	+ 5,542	+ 2,720	— 1,932	— 1,834] =
110	[175,640	+21,325	+10,215	—2,784	—3,620] +	[61,319	+ 5,669	+ 2,723	— 2,576	— 2,317] =

β = 100°

γ°										
40	D_1[347,713	+16,390D_2	+ 8,977E_2	+1,132D_3	+0,891E_3] + E_1	[97,503	+ 4,332D_2	+ 2,360E_2	— 0,734D_3	—0,526E_3] =
50	[329,643	+18,042	+ 9,771	+1,801	+0,892] +	[93,352	+ 4,761	+ 2,567	— 0,634	— 0,579] =
60	[308,692	+19,503	+ 10,446	+2,164	+0,741] +	[88,930	+ 5,163	+ 2,752	— 0,625	— 0,681] =
70	[288,441	+20,980	+ 11,063	+2,195	+0,424] +	[84,360	+ 5,528	+ 2,907	— 0,715	— 0,837] =
80	[266,614	+22,205	+ 11,527	+1,868	—0,076] +	[79,807	+ 5,851	+ 3,031	— 0,918	— 1,055] =
90	[246,540	+23,232	+ 11,849	+1,151	—0,781] +	[75,470	+ 6,125	+ 3,120	— 1,247	— 1,345] =
100	[223,402	+24,041	+ 12,020	+ 0	—1,724] +	[71,626	+ 6,327	+ 3,172	— 1,724	— 1,724] =
110	[203,750	+24,616	+ 12,038	—1,650	—2,959] +	[68,675	+ 6,507	+ 3,185	— 2,382	— 2,218] =

β = 110°

γ°										
40	D_1[403,202	+18,538D_2	+10,431E_2	+2,267D_3	+1,734E_3] + E_1	[111,299	+ 4,880D_2	+ 2,728E_2	— 0,449D_3	—0,314E_3] =
50	[382,301	+20,493	+11,384	+3,096	+1,788] +	[106,564	+ 5,383	+ 2,973	— 0,309	—0,354] =
60	[359,456	+22,327	+12,232	+3,588	+1,677] +	[101,448	+ 5,857	+ 3,193	— 0,267	—0,446] =
70	[335,072	+24,004	+12,918	+3,717	+1,387] +	[96,083	+ 6,291	+ 3,372	— 0,333	—0,594] =
80	[309,633	+25,491	+13,537	+3,460	+0,904] +	[90,634	+ 6,679	+ 3,535	— 0,518	—0,807] =
90	[283,728	+26,760	+13,958	+2,784	+0,207] +	[85,310	+ 7,012	+ 3,649	— 0,836	—1,095] =
100	[258,109	+27,782	+14,205	+1,650	—0,732] +	[80,393	+ 7,284	+ 3,720	— 1,308	—1,472] =
110	[233,781	+28,541	+14,271	+ 0	—1,965] +	[76,279	+ 7,492	+ 3,746	— 1,964	—1,964] =

pour les valeurs diverses de β et γ.

β = 70°

											γ°
—[	875,039	+125,972 D_2	+ 66,086 E_2	+110,147 D_3	+ 81,454 E_3	— 8,859 D_2D_3	— 6,529 D_2E_3	— 4,583 D_3E_2	—3,377 E_2E_3	]	40
—[	620,285	+145,464	+ 75,271	+134,343	+ 96,626	—10,436	— 7,674	— 5,347	—3,932	]	50
—[	329,921	+165,737	+ 84,411	+159,826	+113,152	—12,154	— 8,927	— 6,158	—4,524	]	60
—[	0	+186,606	+ 93,303	+187,041	+131,426	—14,028	—10,301	— 7,015	—5,151	]	70
—[	— 375,437	+208,712	+102,145	+216,709	+152,017	—16,091	—11,821	— 7,921	—5,817	]	80
—[	— 805,513	+231,788	+110,655	+249,924	+175,794	—18,384	—13,519	— 8,884	—6,528	]	90
—[	—1304,654	+256,539	+118,964	+288,444	+204,081	—20,980	—15,452	— 9,860	—7,253	]	100
—[	—1896,484	+283,968	+127,242	+335,072	+238,984	—24,004	—17,713	—11,047	—8,138	]	110

β = 80°

											γ°
—[	1251,981	+140,978 D_2	+ 75,601 E_2	+ 98,121 D_3	+ 72,629 E_3	— 9,312 D_2D_3	— 6,863 D_2E_3	— 4,894 D_3E_2	—3,607 E_2E_3	]	40
—[	997,080	+162,656	+ 85,979	+121,569	+ 86,940	—10,966	— 8,062	— 5,701	—4,192	]	50
—[	706,036	+185,232	+ 96,329	+146,060	+102,464	—12,775	— 9,380	— 6,572	—4,827	]	60
—[	375,437	+208,712	+106,568	+171,948	+119,533	—14,759	—10,834	— 7,493	—5,502	]	70
—[	0	+233,223	+116,587	+200,119	+138,671	—16,951	—12,450	— 8,476	—6,225	]	80
—[	— 428,457	+259,088	+126,489	+230,906	+160,687	—19,405	—14,268	— 9,531	—7,005	]	90
—[	— 922,992	+286,922	+136,266	+266,614	+186,807	—22,205	—16,354	—10,678	—7,858	]	100
—[	—1505,214	+317,872	+146,232	+309,633	+218,993	—25,491	—18,813	—11,954	—8,811	]	110

β = 90°

											γ°
—[	1687,462	+156,368 D_2	+ 86,053 E_2	+ 86,502 D_3	+ 64,112 E_3	— 9,635 D_2D_3	— 7,102 D_2E_3	— 5,159 D_3E_2	—3,802 E_2E_3	]	40
—[	1431,343	+180,495	+ 97,776	+109,331	+ 77,590	—11,361	— 8,350	— 6,017	—4,424	]	50
—[	1138,317	+205,638	+109,507	+132,827	+ 92,053	—13,253	— 9,726	— 6,936	—5,094	]	60
—[	805,513	+231,788	+121,134	+157,332	+107,827	—15,362	—11,251	— 7,921	—5,815	]	70
—[	428,457	+259,088	+132,604	+183,438	+125,389	—17,646	—12,955	— 8,978	—6,593	]	80
—[	0	+287,903	+143,951	+212,060	+145,478	—20,246	—14,882	—10,123	—7,441	]	90
—[	— 491,419	+318,947	+155,312	+244,690	+169,221	—23,309	—17,107	—11,382	—8,378	]	100
—[	—1065,126	+353,456	+167,015	+283,728	+198,411	—26,760	—19,748	—12,802	—9,439	]	110

β = 100°

											γ°
—[	2199,023	+172,369 D_2	+ 97,707 E_2	+ 75,880 D_3	+ 56,543 E_3	— 9,822 D_2D_3	— 7,240 D_2E_3	— 5,372 D_3E_2	— 3,959 E_2E_3	]	40
—[	1939,755	+199,335	+111,036	+ 98,168	+ 68,950	—11,540	— 8,482	— 6,276	— 4,594	]	50
—[	1642,380	+227,387	+124,358	+120,727	+ 82,314	—13,575	— 9,957	— 7,251	— 5,323	]	60
—[	1304,654	+256,539	+137,570	+143,841	+ 96,724	—15,744	—11,544	— 8,291	— 6,085	]	70
—[	922,992	+286,922	+150,656	+168,027	+112,601	—18,160	—13,324	— 9,420	— 6,917	]	80
—[	491,419	+318,947	+163,623	+194,099	+130,613	—20,891	—15,348	—10,652	— 7,830	]	90
—[	0	+353,339	+176,669	+223,402	+151,776	—24,041	—17,696	—12,020	— 8,848	]	100
—[	— 568,133	+391,495	+190,177	+258,109	+177,710	—27,782	—20,498	—13,577	—10,013	]	110

β = 110°

											γ°
—[	2814,926	+189,478 D_2	+111,167 E_2	+ 66,877 D_3	+ 49,776 E_3	— 9,866 D_2D_3	— 7,273 D_2E_3	— 5,530 D_3E_2	— 4,076 E_2E_3	]	40
—[	2549,275	+219,840	+126,403	+ 88,842	+ 61,547	—11,708	— 8,597	— 6,477	— 4,760	]	50
—[	2243,619	+251,336	+141,623	+110,603	+ 73,804	—13,735	—10,066	— 7,497	— 5,503	]	60
—[	1896,484	+283,968	+156,726	+132,380	+ 86,797	—15,978	—11,705	— 8,573	— 6,290	]	70
—[	1505,214	+317,870	+171,638	+154,611	+100,894	—18,484	—13,550	— 9,796	— 7,190	]	80
—[	1065,126	+353,456	+186,441	+178,005	+116,686	—21,325	—15,650	—11,111	— 8,165	]	90
—[	568,133	+391,495	+201,318	+203,750	+135,075	—24,616	—18,109	—12,582	— 9,261	]	100
—[	0	+433,469	+216,733	+233,781	+157,494	—28,541	—21,050	—14,271	—10,525	]	110

JULJAN BONDER, ingénieur.

QUELQUES REMARQUES CONCERNANT LES ESSAIS DE L'HÉLICE PROPULSIVE INSTALLÉE OBLIQUEMENT DANS UN COURANT D'AIR.

Les essais de l'hélice propulsive au laboratoire aérodynamique ont pour but principal de déterminer la traction et le couple résistant de l'hélice, en fonction de la vitesse du vent relatif et du nombre de tours de l'hélice. Ces quantités mesurées, on peut examiner aussi les variations du rendement de l'hélice aux divers régimes de fonctionnement de celle-ci.

Dans la plupart de cas le mode de mesure ressemble à celui que l'on emploie, dans les souffleries aérodynamiques, pour l'essai des „maquettes" des avions. Il s'agit d'examiner, dans cette notice, s'il ne se présente pas, à l'égard des essais de l'hélice, de circonstances spéciales qui exigeraient une modification du mode de mesure en question.

Par exemple, dans la soufflerie de l'Institut Aérodynamique de Varsovie[1]), l'hélice étudiée est montée sur un petit moteur fuselé; ensuite, le groupe motopropulseur, tout entier, est attaché d'une façon fixe à la balance aérodynamique. La disposition en question est représentée d'une manière schématique sur la figure 1. La balance est suspendue au-dessus de l'axe de l'hélice. Elle peut balancer autour d'un de deux axes horizontaux, $a - a$ ou $b - b$, qui sont perpendiculaires l'un à l'autre.

Si l'on imagine que l'hélice est exactement symétrique par rapport à son axe de rotation et que celui-ci ainsi que la direction du courant d'air $c - c$ sont parallèles, tous les deux, à l'axe de balance $a - a$, il suffit d'exécuter deux mesures pour en obtenir immédiatement les valeurs précises de la traction T et du couple résistant M de l'hélice (fig. 1). En effet, le moment mesuré par rapport à l'axe $b - b$ représente, dans ce cas, le produit de la traction T multipliée par la distance h entre les axes $a - a$ et $c - c$; la mesure du moment par rapport à l'axe $a-a$ donne directement la valeur du couple M.

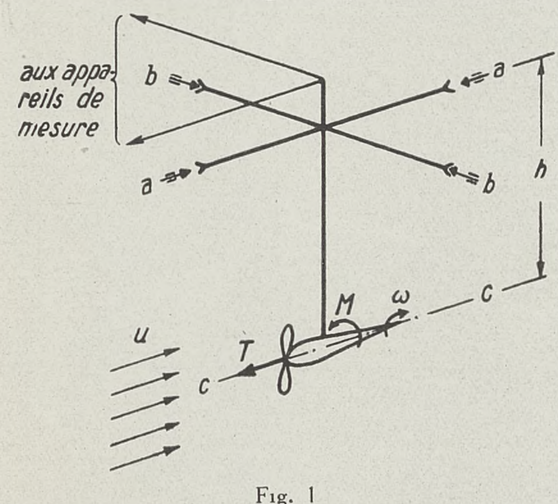


Fig. 1

Or, dans la pratique courante, les conditions mentionnées plus haut ne sont satisfaites qu'approximativement. Il est particulièrement difficile parvenir à ce que la direction de l'axe de rotation soit parallèle à celle du courant d'air.

---

[1]) C'est une soufflerie à „circuit continu" et à „veine libre".

Ces circonstances ayant lieu, on s'aperçoit que les mesures en question ne nous donneront plus les valeurs cherchées du moment de la traction et du couple de l'hélice.

En effet, imaginons que le courant d'air est parallèle à l'axe $a - a$, tandis que l'axe de rotation de l'hélice fait un angle ε avec la même direction; par suite, la traction T formera un angle ν [1]) avec la direction commune du courant d'air et de l'axe $a—a$ (fig, 2). Introduisons encore les notations T_0 et M_0 pour marquer les valeurs normales de la traction T et du couple résistant M, c'est-à-dire les valeurs relatives au cas idéal $\nu = 0$. Supposons de plus, pour un moment, que la traction reste tout de même dans le plan horizontal. Alors les erreurs de mesure dues au montage imparfait de l'hélice proviennent de deux causes. Premièrement, une disposition oblique de l'hélice a pour conséquence que la traction n'est plus axiale et que sa valeur T diffère de T_0 aussi que la valeur du couple M diffère de M_0; en second lieu, le moment mesuré par rapport à l'axe $b - b$ ne représente qu'une partie du produit Th, savoir $Th \cos\nu$, tandis que le moment par rapport à l'axe $a—a$ comprend non seulement le couple résistant M, mais encore le moment de la force transversale au courant d'air: $Th \sin\nu$ — c'est surtout ce dernier terme qui semble être le plus nuisible à l'exactitude de mesures parce que l'expression Th peut obtenir, comme nous verrons plus loin, une valeur plusieurs fois plus grande que celle de M [2]).

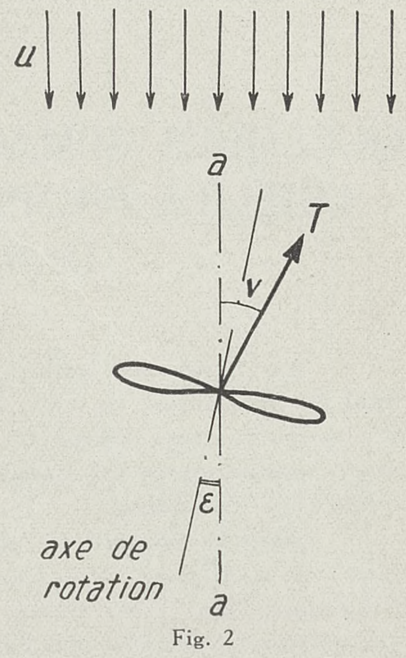


Fig. 2

Comme on ne saurait faire l'angle ε (et par conséquent l'angle ν) strictement égal à zéro, il importe de trouver l'ordre des erreurs mentionnées plus haut. La question se rattache évidemment d'une façon étroite au problème général du fonctionnement de l'hélice dans un courant d'air oblique. Ce problème excessivement difficile — comme toute la théorie de l'hélice propulsive — a constitué déjà le sujet de quelques études de MM. *Pistolesi* et *Misztal*. Mais, ne visant pas aux buts si vastes, nous n'en tirons pas parti dans la suite à cause de leur complication. D'ailleurs, dans notre cas, on peut supposer très bien que l'angle ε est assez petit pour qu'on puisse négliger les puissances élevées de ε. Il suffit pour nos buts, comme nous le verrons plus loin, de retenir seulement les deux premières puissances de ε. Grâce à ces simplifications — ne prétendant point créer une théorie approfondie — nous allons parvenir facilement aux résultats très simples qui nous donneront pourtant une réponse aux questions posées, suffisante pour les besoins pratiques.

Les généralités terminées, passons au sujet propre.

Traçons dans un des plans de l'hélice deux axes fixes de coordonnées rectangulaires, Ox et Oy, et prenons, pour l'axe des z, l'axe de rotation de l'hélice. Supposons encore que l'axe Oz est dirigé vers l'amont du courant d'air. Conformément à ce que nous avons dit plus haut, l'axe Oz fait un petit angle ε avec la direction opposée à celle du courant d'air.

Comme on sait, la pale d'hélice peut être assimilée à une aile tournante et, par suite, dans les conditions en question, on peut considérer un élément de l'hélice au lieu d'étudier tout d'un coup une hélice entière [3]).

Envisageons donc un élément de pale d'hélice situé à la distance r de l'axe de rotation et limité par deux surfaces cylindriques infiniment voisines, coaxiales par rapport

---

[1]) L'angle ν n'est pas, en général — comme nous le verrons plus loin — le même que l'angle ε.

[2]) On pourrait évidemment éliminer cette dernière source des erreurs, en faisant mesurer le couple résistant M directement par rapport à l'axe de rotation; mais on n'en convient pas volontiers, car cette disposition exige un mécanisme spécial de mesure.

[3]) Voir: „Théorie générale de l'hélice". *S. Drzewiecki*, Paris, Gauthier-Villars, 1920.

à l'axe de l'hélice. Soit ensuite: $l-l$ — l'axe de portance nulle du profil de l'élément considéré — on dit aussi, pour abréger, tout court: „axe zéro". Soit encore: β — l'angle sous lequel l'axe zéro est incliné sur le plan de rotation xy, et L — le point mobile d'intersection de cet axe avec le même plan xy (fig. 3). En outre, nous admettrons, une fois pour toutes, que le segment OL représente la plus courte distance des axes Oz et $l-l$, car il suffit faire une translation du plan Oxy dans la direction de l'axe Oz pour parvenir à cette disposition, C'est la raison pour laquelle les points L et O coïncident sur la fig. 3.

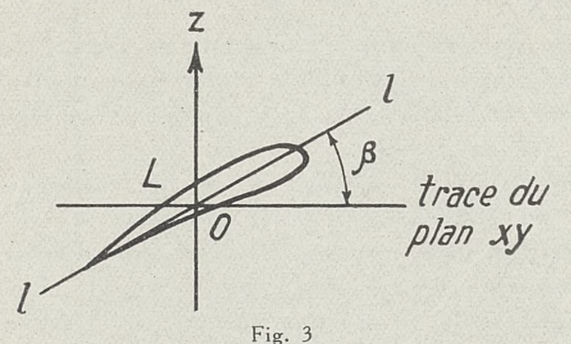


Fig. 3

Dans notre cas, il se présente encore une simplification: au lieu de considérer le profil en question, il suffit d'introduire les paramètres déterminant la position et la direction de son axe zéro. En effet, la vitesse du courant d'air u et celle de rotation ω étant supposées constantes, la variation des forces aérodynamiques ne dépend que des paramètres mentionnés ci-dessus. Passons encore des coordonnées rectangulaires x, y et z aux coordonnées cylindriques r, ϑ et z, en prenant l'axe des x pour l'axe polaire. Les paramètres en question seront alors: l'angle β et les coordonnées polaires r et ϑ du point mobile L (voir fig. 4). A l'aide de ces paramètres nous allons déterminer les composantes v_z, v_r et v_ϑ de la vitesse relative du point L par rapport à l'air. Cette vitesse relative se compose de la vitesse absolue de rotation de l'élément considéré et de la vitesse égale et opposée à celle du courant d'air.

L'hélice tournant n fois par seconde, la vitesse absolue de rotation de l'élément, situé à la distance r de l'axe, est: $2\pi rn$, ou bien: ωr, ω étant la vitesse angulaire de rotation ($\omega = 2\pi n$). Cette vitesse forme une portion seulement de la composante v_ϑ. L'autre portion, de même que les composantes v_r et v_z, proviennent de la vitesse $-u$. Pour les déterminer, décomposons le vecteur $-u$ suivant trois axes rectangulaires x, y et z. Or, on peut supposer toujours qu'un de deux axes Ox et Oy, par exemple Oy est perpendiculaire sur le plan cOz. Cette condition admise, nous trouverons (voir fir. 4):

$$\left.\begin{aligned} v_z &= u \cos\varepsilon; \\ v_r &= u \sin\varepsilon \cos\vartheta; \\ v_\vartheta &= \omega r - u \sin\varepsilon \sin\vartheta. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Fig. 4

Dans ce qui va suivre nous négligeons la petite composante v_r suivant le rayon vecteur. Donc, on peut admettre pour la valeur v de la vitesse relative du point L l'expression suivante:

$$v = \sqrt{v_z{}^2 + v_\vartheta{}^2} = \sqrt{u^2 + \omega^2 r^2 - u^2 \sin^2\varepsilon \cos^2\vartheta - 2\omega r u \sin\varepsilon \sin\vartheta}. \quad (2)$$

En passant maintenant au calcul des forces, nous prenons comme point de départ les formules bien connues en aérodynamique expérimentale:

$$F_p = c_p \cdot \frac{\sigma}{2} v^2 \cdot S; \qquad F_t = c_t \cdot \frac{\sigma}{2} v^2 \cdot S. \qquad (3)$$

Ici: F_p et F_t désignent les composantes de la force aérodynamique d'une aile de surface S, à savoir F_p — la composante normale et F_t — la composante parallèle à la vitesse relative de l'aile par rapport à l'air (c'est-à-dire la portance et la traînée); c_p et c_t sont les coefficients aérodynamiques correspondants et σ — la densité de l'air.

Dans notre cas d'un élément de pale δr la surface S est égale à $s\delta r$, où s désigne la longueur du profile de pale. En y appliquant les formules (3) et en projetant la portance et la trainée suivant l'axe Oz et suivant la direction opposée à celle de la vitesse circulaire du point L, nous trouverons — conformément aux notations de la fig. 5 — les éléments δP_z et δP_t des composantes: axiale et tangentielle de la force agissant sur l'hélice (et par cela-même l'élément δT de la traction). Le dernier élément δP_t, multiplié par la distance r, donne un élément δM du couple résistant de l'hélice [1]). Par suite, en désignant par γ l'angle que fait la direction de la vitesse relative v avec le plan de rotation, on peut écrire:

$$\left.\begin{aligned} \delta P_z &= \delta F_p \cos\gamma - \delta F_t \sin\gamma, \\ \delta P_t &= \delta F_p \sin\gamma + \delta F_t \cos\gamma, \\ \delta M &= r \delta P_t, \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

où:

$$\sin\gamma = \frac{v_z}{v}, \qquad \cos\gamma = \frac{v_\vartheta}{v}. \quad (5)$$

Posons encore:

$$\frac{\delta F_t}{\delta F_p} = \frac{c_t}{c_p} = \lambda. \quad (6)$$

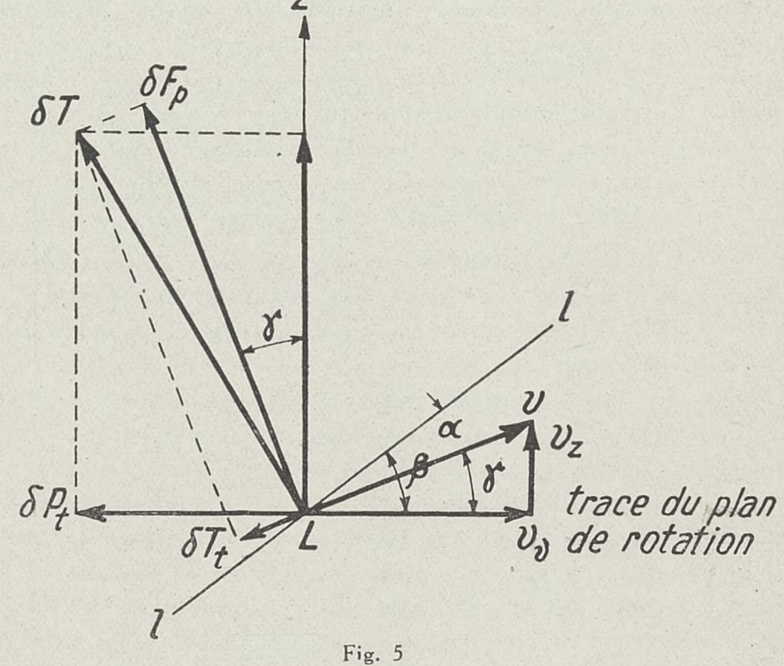


Fig. 5

Avec ces notations, tenant compte des expressions (3), on peut remplacer les formules (4) par:

$$\delta P_z = \frac{\sigma}{2} c_p \, v \, (v_\vartheta - \lambda v_z) \, s \, \delta r; \qquad (7)$$

$$\delta P_t = \frac{\sigma}{2} c_p \, v \, (v_z + \lambda v_\vartheta) \, s \, \delta r. \qquad (8)$$

Pendant un tour de l'hélice, les expressions ci-dessus changent en général de valeur, car le coefficient aérodynamique c_p et les vitesses v_ϑ, v_z et v sont les fonctions du temps t par l'intermédiaire du paramètre $\vartheta = \omega t +$ const. Il en résulte que dans le cas $\varepsilon \neq 0$ les valeurs de la force propulsive axiale et du couple résistant de l'hélice ne sont plus constantes, mais varient d'une manière périodique; elles admettent la période $\frac{2\pi}{\omega}$.

---

[1]) Dans cette étude nous faisons abstraction de la composante du couple perpendiculaire à l'axe de rotation. Dans le cas normal ($\varepsilon = 0$), elle se compense; mais, dans le cas général, elle peut subsister à cause de manque de symétrie.

Quant à la force tangentielle, elle change non seulement de grandeur, mais encore de direction. Mais ce qui importe ici ce ne sont pas ces quantités instantanées, mais leurs valeurs moyennes. Pour les trouver, décomposons d'abord l'élément tangentiel δP_t suivant les axes des x et des y. Nous aurons (voir fig. 4 et 6):

Fig. 6

$$\delta P_x = \delta P_t \sin\vartheta = \frac{\sigma}{2} c_p v (v_z + \lambda v_\vartheta) \sin\vartheta \, s \, \delta r; \quad (9)$$

$$\delta P_y = - \delta P_t \cos\vartheta = - \frac{\sigma}{2} c_p v (v_z + \lambda v_\vartheta) \cos\vartheta \, s \, \delta r. \quad (10)$$

En formant maintenant la somme des impulsions élémentaires de chaque composante qui agissent durant la période c'est-à-dire durant un tour de l'hélice et en la divisant ensuite par la valeur de période $\frac{2\pi}{\omega}$, nous parviendrons aux expressions cherchées des valeurs moyennes des forces. Nous voulons les marquer par l'indice m:

$$\delta P_{x,m} = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \delta P_x dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \delta P_x \, d\vartheta; \quad \ldots \ldots \ldots \quad (11)$$

et de même:

$$\delta P_{y,m} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \delta P_y \, d\vartheta; \quad \ldots \ldots \ldots \quad (12)$$

$$\delta P_{z,m} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \delta P_z \, d\vartheta. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (13)$$

En passant maintenant aux calculs mêmes, nous admettrons de plus que la portion de la polaire correspondant au profil de l'élément de l'hélice, étant très pétite, peut être assimilée au segment d'une droite: cela veut dire que l'on peut considérer $\lambda = \frac{c_t}{c_p}$ comme une constante. Quant à la variation du coefficient c_p, nous savons qu'entre les limites d'application de notre calcul, il est une fonction linéaire de l'angle d'incidence:

$$c_p = c_{p,o} (1 + k \, \delta\alpha) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

où: 1) l'indice o marque que les valeurs se rapportent au cas idéal $\varepsilon = \nu = 0$, 2) k est une constante, 3) α désigne l'angle d'incidence théorique, donc $\delta\alpha$ est l'augmentation de la valeur de α par rapport à celle α_0 correspondant au cas idéal $\varepsilon = 0$. En vue de relations qui ont lieu entre les vecteurs de la fig. 5, on peut écrire (voir les formules (5) et (1)):

$$\delta\alpha = \alpha - \alpha_0 = \gamma_0 - \gamma = \operatorname{arctg} \frac{u}{\omega r} - \operatorname{arctg} \frac{u \cos\varepsilon}{\omega r - u \sin\varepsilon \sin\vartheta} =$$

$$= \operatorname{arctg} \frac{u \omega r (1 - \cos\varepsilon) - u^2 \sin\varepsilon \sin\vartheta}{\omega r (\omega r - u \sin\varepsilon \sin\vartheta) + u^2 \cos\varepsilon}.$$

Conformément à ce que nous avons dit au début, nous négligeons dans cette expression toutes les puissances de ε à partir de la troisième; il vient donc:

$$\delta\alpha = -\varepsilon \frac{u^2}{v_0^2} \sin\vartheta + \varepsilon^2 \frac{u\omega r}{2v_0^2}\left(1 - 2\frac{u^2}{v_0^2}\sin^2\vartheta\right); \qquad (15)$$

ici v_0 désigne la valeur qui correspond au cas $\varepsilon = 0$; on a, par conséquent:

$$v_0^2 = u^2 + \omega^2 r^2.$$

De la même manière, nous transformerons les vitesses:

$$\left.\begin{aligned} v_z &= u - \frac{\varepsilon^2}{2} u; \\ v_\vartheta &= \omega r - \varepsilon u \sin\vartheta; \\ v &= v_0 - \varepsilon u \frac{\omega r}{v_0} \sin\vartheta - \varepsilon^2 \frac{u^2}{2v_0}\left(1 - \frac{u^2}{v_0^2}\sin^2\vartheta\right). \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

Introduisons maintenant les expressions (14), (15) et (16) dans les formules (11—13). Après avoir effectué les calculs très simples, nous obtenons:

$$\left.\begin{aligned} \delta P_{x,m} &= -\varepsilon \frac{u}{\omega r - \lambda u}\left[\lambda + \frac{(k-\lambda)u^2 + (1+\lambda k)u\omega r}{2v_0^2}\right]\delta T_0, \\ \delta P_{y,m} &= 0, \\ \delta P_{z,m} &= \left\{1 + \frac{\varepsilon^2}{2}\cdot\frac{u^2}{v_0^2}\left[k\frac{\omega r}{u} + \frac{u^2}{2v_0^2} + \frac{(k+\lambda)u}{\omega r - \lambda u} + \frac{\lambda W_0^2}{u(\omega r - \lambda u)}\right]\right.\delta T_0, \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

où δT_0 représen[te] l'élément de la traction correspondant au cas normal $\varepsilon = 0$:

$$\delta T_0 = \frac{\sigma}{2} c_{p,o} v_0 (\omega r - \lambda u) s\,\delta r. \qquad (18)$$

Les quantités (17) connues, nous pouvons aussi déterminer la valeur moyenne δT_m de la traction résultante:

$$\delta T_m = \sqrt{\delta P_{x,m}^2 + \delta P_{z,m}^2} \qquad (19)$$

et, de plus, l'angle ν qu'elle fait avec la direction du courant d'air (voir fig. 4):

$$\operatorname{arctg} \nu = \varepsilon - \operatorname{arctg} \frac{\delta P_{x,m}}{\delta P_{z,m}};$$

à cause de petitesse des angles qui y figurent on peut remplacer *arctg* par l'angle même — alors, nous aurons:

$$\nu = \varepsilon - \frac{\delta P_{x,m}}{\delta P_{z,m}}, \qquad (20)$$

Ainsi, nous voyons que — les hypothèses mentionnées admises — l'effet d'un montage oblique se manifeste à l'égard de la traction comme le changement de la composante

axiale et l'apparition de la composante transversale; cette dernière est située dans le plan contenant l'axe de rotation et la direction du courant d'air. Quant au changement du couple résistant, nous arriverons de la même manière à la formule:

$$\delta M_m = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} r\delta P_t \, d\vartheta = \left\{1 + \frac{\varepsilon^2}{2} \cdot \frac{u^2}{v_0^2}\left[k\frac{\omega r}{u} + \frac{u^2}{2v_0^2} - \frac{(1-\lambda k)\,u}{u+\lambda\omega r} - \frac{v_0^2}{u\,(u+\lambda\omega r)}\right]\right\}\delta M_0, \quad (21)$$

où:

$$\delta M_0 = \frac{\sigma}{2}\, c_{p,o}\, v_0\,(u + \lambda\omega r)\, r\, s\, \delta r. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

Il ne s'agit pas ici d'étudier les quantités ci-dessus eu leur grandeur absolue. Ce que nous voulons connaître c'est seulement: quelle est la grandeur relative de variation de ces quantités Or, pour mieux nous en rendre compte, introduisons les coefficients des écarts: ζ — de la force élémentaire propulsive (axiale), ξ — de la force transversale et τ — de la résultante (traction), tous les trois par rapport à la traction élémentaire normale δT_0, et encore, le coefficient des écarts μ du couple résistant par rapport au couple normal δM_0. Alors, nous obtenons:

$$\left.\begin{aligned}
\zeta &= \frac{\delta P_{z,m} - \delta T_0}{\delta T_0} = \frac{\varepsilon^2}{2} \cdot \frac{u^2}{v_0^2}\left[k\frac{\omega r}{u} + \frac{u^2}{2v_0^2} + \frac{(k+\lambda)u}{\omega r - \lambda u} + \frac{\lambda v_0^2}{u\,(\omega r - \lambda u)}\right];\\
\xi &= \frac{\delta P_z - 0}{\delta T_0} = -\,\varepsilon\,\frac{u}{\omega r - \lambda u}\left[\lambda + \frac{(k-\lambda)\,u^2 + (1+\lambda k)\,u\,\omega r}{2v_0^2}\right];\\
\tau &= \zeta + \frac{1}{2}\xi^2;\\
\nu &= \varepsilon - \xi = \varepsilon\,\frac{\omega r}{\omega r - \lambda u}\left[1 + \frac{u}{\omega r} \cdot \frac{(k-\lambda)\,u^2 + (1+\lambda k)\,u\,\omega r}{2v_0^2}\right];\\
\mu &= \frac{\delta M_m - \delta M_0}{\delta M_0} = \frac{\varepsilon^2}{2} \cdot \frac{u^2}{v_0^2}\left[k\frac{\omega r}{u} + \frac{u^2}{2v_0^2} - \frac{u\,(1-\lambda k)}{u+\lambda\omega r} - \frac{v_0^2}{u\,(u+\lambda\omega r)}\right].
\end{aligned}\right\} \quad (23)$$

Ces coefficients se rapportent, à vrai dire, à un élément d'hélice seulement, à savoir à celui qui est situé à la distance r de l'axe de rotation. Pour obtenir les coefficients relatifs à l'hélice toute entière, il faudrait trouver avant tout les expressions des forces aérodynamiques totales et non seulement les éléments de celles-ci; mais, à l'ègard du problème ainsi posé il ne suffirait plus des hypothèses très générales que nous avons admises au début et qui ont lieu par rapport à chaque hélice propulsive — il faudrait, au contraire, les spécialiser dans chaque cas, en précisant surtout la disposition des profils le long de la pale, leurs dimensions et leurs inclinaisons sur le plan de rotation. Mais, comme nous visons à la détermination de l'ordre de grandeur des coefficients en question et pas du tout à la recherche de leurs valeurs précises, toutes ces recherches approfondies seraient pour nous sans valeur. D'ailleurs, comme on sait, la partie réellement active de l'hélice, c'est seulement la portion extrême de la pale. Donc, pour obtenir les résultats satisfaisants (à l'égard de notre but), il suffit de considérer — au lieu d'une hélice entière— seulement son élément situé à la plus grande distance de l'axe de rotation. Cela veut dire que dans les formules déduites plus haut la distance r de l'élément de pale doit être regardée comme ègale au rayon de l'hélice examinée: $r = \frac{1}{2}\,D$, où D désigne le diamètre de l'hélice.

Ces remarques nous permettent déjà de trouver les valeurs approchées des expressions: ζ, ξ, τ, ν et μ. Or, introduisons encore le rapport χ entre la vitesse du courant d'air et la vitesse circulaire de l'élément de pale le plus extrême

$$\chi = \frac{u}{\omega r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

Dans un régime normal de fonctionnement de l'hélice, c'est une fraction plus petite que l'unité. Nous allons simplifier les formules (23), en prenant pour χ la valeur moyenne $^1/_4$ Dans ces conditions, on peut remplacer v_0 par ωr. En effet:

$$v_0 = \sqrt{u^2 + (\omega r)^2} = \omega r\,(1 + \tfrac{1}{2}\chi^2 + \ldots);$$

on voit donc qu'en prenant ωr pour v_0, on commet une erreur relative comparable à $\frac{1}{2}\chi^2$, ce qui — dans le cas régardé ici comme normal — étant égal à $\frac{1}{32}$, peut être négligé. En tenant compte de ces relations et en posant de plus $k = 10$ et $\lambda = \frac{1}{14}$ (ce qu'on peut tenir pour leurs valeurs moyennes), nous écrirons les formules (23) sous la forme approximative, mais très simple:

$$\zeta = 1{,}34\,\varepsilon^2; \qquad \xi = -0{,}152\,\varepsilon; \qquad \tau = 1{,}35\,\varepsilon^2; \qquad \nu = 1{,}152\,\varepsilon; \qquad \mu = 0{,}86\,\varepsilon^2. \qquad (25)$$

Supposons, par exemple, que le courant d'air fait un angle de 1^0 $\left(\varepsilon = \frac{\pi}{180}\right)$ avec l'axe de rotation de l'hélice; il vient:

$$\zeta = 0{,}00041; \qquad \xi = -0{,}00265; \qquad \tau = 0{,}00041; \qquad \nu = 0{,}02010\ (= 1^0\,9'); \qquad \mu = 0{,}00026.$$

Nous voyons donc que l'effet d'une légère obliquité de l'axe de rotation par rapport au courant d'air se manifeste d'une part, par une augmentation toute insignifiante de la traction (0,04 p. 100) et du couple (0,03 p. 100) et, d'autre part, par l'inclinaison de la traction sur la direction du courant d'air sous un angle un peu plus grand que celui ε qui est formé par l'axe de rotation avec la même direction. Pour très petites valeurs de l'angle ε, on peut dire alors que la traction T, s'écartant très peu de sa valeur normale T_0, est dirigée (avec une approximation pratiquement suffisante) suivant l'axe de rotation de l'hélice.

Ces remarques nous permettent déjà de nous rendre compte quel est l'effet de cette petite obliquité sur les résultats du mesurage se passant dans les conditions schématiquement représentées sur la fig. 1.

La composante de la traction suivant la direction du courant d'air étant égale (voir les formules: (19), (23) et (25)) à

$$T = (1 + 1{,}35\,\varepsilon^2)\,T_0 \cos(1{,}152\,\varepsilon),$$

elle diffère de T_0 insensiblement. Par suite, le moment par rapport à l'axe $b-b$ divisé par la distance h donne presque exactement la valeur cherchée de la traction normale T_0. A vrai dire, le moment en question renferme encore une petite partie du couple résistant, à savoir $M \sin\nu \simeq 1{,}15\,\varepsilon M$, qui agit dans le plan vertical passant par la direction du courant d'air et qui s'ajoute au moment Th. Mais ce moment supplémentaire peut être négligé, car il est très petit en comparaison à Th. En effet, examinons la valeur du rapport

$\frac{M \sin\nu}{Th}$, en l'écrivant: $\frac{M\omega}{Tu} \cdot \frac{u}{\omega r} \cdot \frac{r}{h} \cdot \sin\nu$. Or, le premier terme $\frac{M\omega}{Tu}$ étant égal à $\frac{1}{\eta}$, où η est le rendement de l'hélice, il est renfermé entre les limites 1 et 4; le deuxième terme $\frac{u}{\omega r} = \chi$ est une fraction égale en moyenne à $^1/_4$; le quotient $\frac{r}{h}$ a une valeur encore plus petite; enfin $\sin\nu$ est à peu près égal à ε. On reconnaît donc que la quantité $M \sin\nu$ peut être négligée, sans aucun désavantage, en présence du moment Th.

Les circonstances toutes différentes ont lieu quand il s'agit de la mesure du couple résistant. Certes, la valeur même du couple M ne diffère pas beaucoup (2 p. 100) de la valeur cherchée normale; mais quand on mesure le moment par rapport à l'axe $a - a$ il s'ajoute, comme nous avons déjà dit au début, au couple $M \cos\nu$ encore le moment de la force perpendiculaire à l'axe $a - a$ (c'est-à-dire à la direction du courant d'air), Ce moment supplémentaire est $Th \sin\nu$. Donc, le mesurage par rapport à l'axe $a - a$ ne donne pas la valeur du couple M, mais:

$$M \cos\nu + Th \sin\nu = M \left(\cos\nu + \frac{Th}{M} \sin\nu\right).$$

En transformant le deuxième terme de la manière indiquée plus haut, nous écrirons l'expression précédente sous la forme approximative:

$$M_0 \left(1 + \frac{Tu}{M_0\omega} \cdot \frac{\omega r}{u} \cdot \frac{h}{r} \cdot \varepsilon\right).$$

A l'aide de cette formule nous reconnaîtrons facilement que dans le cas actuel le terme additionnel est quelques centaines de fois plus grand que dans le cas précédent.

Supposons, par exemple, que

$$\frac{Tu}{M\omega} = \eta = 0{,}75; \qquad \frac{\omega r}{u} = 4; \qquad \frac{h}{r} = 6; \qquad \varepsilon = 1^0 = \frac{\pi}{180}$$

Alors, le terme supplémentaire constitue à peu près $^1/_3$ de la valeur du couple cherché, il ne peut être donc négligé en aucune façon. Par suite, nous voyons nettement combien difficile est le mode de mesure en question quand il s'agit de la recherche du couple résistant de l'hélice. Les difficultés proviennent de la grande distance entre l'axe de balance $a - a$ et l'axe de rotation de l'hélice — on ne les écarte qu'en faisant mesurer le couple résistant directement par rapport à l'axe de rotation.

